Общество с ограниченной ответственностью «Научно-исследовательский институт природных газов и газовых технологий – Газпром ВНИИГАЗ» ООО «Газпром ВНИИГАЗ»

На правах рукописи

Xhy

Чудин Ян Сергеевич

# СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДОВ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОКСИ-МОДЕЛИРОВАНИЯ ГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ И ПХГ

25.00.17 – Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель: доктор технических наук Михайловский Александр Артемович

Москва – 2022

# Оглавление

есторождений и	ПХГ				
1.1 Общие поло	жения				1
1.2 Описание о моделирования	ункций влияния водоносных пла	я, используемых стов	х для гидроді	инамическо	ого прокси 1
1.3 Общая хар водоносных пл	актеристика мет астов	годов гидродина	мического п	рокси-моде	елировани 1
1.4 Суть мето, переменных ус.	цов численной ( 10виях на опорно	суперпозиции и ом контуре	численного	интегриро	вания пр
1.4.1 Условие	переменного во вј	ремени расхода в	оды на опорно	ом контуре.	2
1.4.2 Условие	переменного во вј	ремени среднего,	давления на ог	порном конт	ype2
1.5 Метод супер пластовой вод скважины	опозиции Эверди ы при переменн	нгена-Херста (М њи во времени	Э-Х) расчета условиях на	совокупно а стенке ук	го переток крупненно 2
1.0 метод инте совокупного по стенке укрупне 1.7 Точные реш	грирования с фи сретока пластово нной скважины . ения Эверлинген	ктивнои истори ой воды при пер 	оп тартера т оеменных во	времени у 	словиях н 2
<ol> <li>метод инте</li> <li>совокупного по</li> <li>стенке укрупне</li> <li>1.7 Точные реш</li> <li>упругого режи</li> <li>скважины</li> <li>1.7.1 Условие</li> <li>скважины</li> </ol>	грирования с фи сретока пластово нной скважины ения Эвердинген ма фильтрации постоянного во	ктивнои истори ой воды при пер на-Херста основн для частных времени перепа,	оеменных во юго дифферен случаев на да давления н	времени у нциального стенке ун на стенке у	словиях н 2 уравнени срупненно 2 крупненно 3
<ol> <li>1.6 метод инте совокупного по стенке укрупне</li> <li>1.7 Точные реп упругого режи скважины</li> <li>1.7.1 Условие скважины</li> <li>1.7.2 Условие</li> </ol>	грирования с фи сретока пластово нной скважины ения Эвердинген ма фильтрации постоянного во во	ктивнои истори ой воды при пер на-Херста основн для частных времени перепа, ремени расхода во	осто дифферен случаев на да давления н	времени у нциального стенке ун на стенке у укрупненно	словиях н 2 уравнени срупненно 2 крупненно 3 й скважин
<ul> <li>1.6 метод инте совокупного постенке укрупного постенке укрупнов</li> <li>1.7 Точные реш упругого режисскважины</li> <li>1.7.1 Условие скважины</li> <li>1.7.2 Условие</li> <li>1.8 Эвристичес упругого режими и расхода воды</li> </ul>	грирования с фи сретока пластово нной скважины ения Эвердинген ма фильтрации постоянного во вр кий метод (ЭМ) на фильтрации д. на стенке укруп	ктивнои истори ой воды при пер на-Херста основн для частных времени перепа, ремени расхода во решения основн ля частных случ ненной скважин	оеменных во ого дифферен случаев на да давления н оды на стенке ого дифферен аев постоянно	времени у нциального стенке ун на стенке у укрупненно нциального ого перепад	словиях н 2 уравнени срупненно 2 крупненно 3 й скважин 3 уравнени (а давлени 3
<ul> <li>1.6 метод инте совокупного постенке укрупного постенке укрупнов</li> <li>1.7 Точные реш упругого режи скважины</li> <li>1.7.1 Условие скважины</li> <li>1.7.2 Условие</li> <li>1.8 Эвристичес упругого режими расхода воды</li> <li>1.9 Метод дифференциали</li> </ul>	грирования с фи сретока пластово нной скважины ения Эвердинген ма фильтрации постоянного во вр кий метод (ЭМ) на фильтрации д. на стенке укруп интегральных ьного уравнения	ктивнои истори ой воды при пер на-Херста основн для частных времени перепа, решения основн ля частных случ ненной скважин соотношений упругого режим	ого дифферен случаев на да давления н оды на стенке ого дифферен аев постоянно ы	времени у нциального стенке ун на стенке у укрупненно нциального ого перепад решения и	словиях н 2 уравнени срупненно 2 крупненно 3 й скважин 3 уравнени (а давлени 3 основног 3
<ul> <li>1.6 метод инте совокупного постенке укрупного постенке укрупнов</li> <li>1.7 Точные реш упругого режи скважины</li> <li>1.7.1 Условие скважины</li> <li>1.7.2 Условие</li> <li>1.8 Эвристичес упругого режими расхода воды</li> <li>1.9 Метод дифференциали</li> <li>1.9.1 Приблих виде многочлов</li> </ul>	грирования с фи сретока пластово нной скважины ения Эвердинген ма фильтрации постоянного во вр постоянного во вр кий метод (ЭМ) на фильтрации д. на стенке укруп интегральных ьного уравнения кенное решение рена.	ктивнои истори ой воды при пер на-Херста основн для частных времени перепа, решения основн ля частных случ ненной скважин соотношений упругого режим распределения да	ого дифферен случаев на да давления н оды на стенке ого дифферен аев постоянно ы	времени у нциального стенке ун на стенке у укрупненно нциального ого перепал решения и	словиях н 2 уравнени срупненно 2 крупненно 3 й скважин а скважин а давлени а давлени 3 основног 3 оне пласта 3
<ul> <li>1.6 метод инте совокупного постенке укрупного постенке укрупнов</li> <li>1.7 Точные реш упругого режи скважины</li> <li>1.7.1 Условие скважины</li> <li>1.7.2 Условие</li> <li>1.9 Метод</li> <li>1.9.1 Приблих виде многочла</li> <li>1.9.2 Приблия</li> </ul>	грирования с фи сретока пластово нной скважины ения Эвердинген ма фильтрации постоянного во вр постоянного во вр кий метод (ЭМ) р на фильтрации д. на стенке укруп интегральных ьного уравнения кенное решение ра сенное решение ра	ктивнои истори ой воды при пер на-Херста основн для частных времени перепа, оемени расхода во решения основн ля частных случ ненной скважин соотношений упругого режим распределения дал	ого дифферен случаев на да давления н оды на стенке ого дифферен аев постоянно ы	времени у нциального стенке ун на стенке у укрупненно ициального ого перепал решения и и воды в виде	словиях н 2 уравнени срупненно 2 крупненно 3 й скважин 3 уравнени (а давлени 3 основног 3 основног 3 оне пласта 3 степенног 4

1.12 Примеры использования гидродинамических прокси-моделей для водоносных пластов газовых месторождений и ПХГ	расчета 45
1.12.1 Использование частных решений основного дифференциального ура упругого режима фильтрации при постоянном давлении (перепаде) на опорном и	авнения контуре 46
1.12.2 Расчет изменения расхода и совокупного перетока пластовой вод монотонном изменении (падении) давления на опорном контуре	цы при 58
1.12.3 Расчет изменения расхода и совокупного перетока пластовой вод знакопеременном изменении давления на опорном контуре	цы при 85
2 Систематизация газогидродинамических прокси-моделей газовых залежей	112
2.1 Основные положения	112
2.2 Прокси-модели неравномерного дренирования газовых залежей в ус проявления газового и водонапорного режимов	ловиях 115
2.2.1 Прокси-модели двухобъемного дренирования газовых залежей	115
2.2.2 Прокси-модели зонального дренирования газовой залежи в условиях проя газового и водонапорного режимов	<sup>явления</sup> 116
2.3 Прокси-модели зональной газонасыщенности пласта при водонапорном ј	режиме 119
3 Совершенствование методов газогидродинамического прокси-модели	рования
газовых промыслов и ПХГ	122
3.1 Общие положения	122
3.2 Использование функций относительных фазовых проницаемостей при п моделировании газовой залежи в условиях проявления водонапорного режи	грокси- ма 122
3.2.1 Пример создания и адаптации гидродинамической прокси-модели для газовой залежи, учитывающей функции относительных фазовых проницаем условиях водонапорного режима	расчета остей в 125
3.3 Разработка прокси-моделей внутрипромыслового транспор компримирования газа, основанных на применении искусственных ней сетей	га и оонных 132
3.3.1 Построение и обучение искусственной нейронной сети, описывающей компрессорной станции	модель 134
3.3.2 Построение и обучение искусственной нейронной сети, описывающей внутрипромыслового транспорта газа	модель 143
4 Применение предложенных методов для решения практических задач	146
4.1 Общие положения	146
4.2 Объект исследования. ПХГ «Х»	147
4.2.1 Технологическая схема работы объекта	147
4.2.2 Свойства пластовой системы объекта	148

4.2.3 Фактические данные о работе объекта
4.2.4 Гидродинамическое моделирование пластовой системы 150
4.2.5 Модель системы сбора и подготовки продукции 155
4.2.6 Интеграция разработанных моделей 156
4.2.7 Результаты157
4.2.8 Время расчета158
4.3 Объект исследования. ПХГ «Ү» 159
4.3.1 Технологическая схема работы объекта 159
4.3.2 Свойства системы хранения газа объекта 160
4.3.3 Фактические данные о работе объекта
4.3.4 Прокси-модель системы сбора и подготовки продукции 161
4.3.5 Результаты
4.4 Программный комплекс, реализующий алгоритмы газогидродинамического
прокси-моделирования
4.4.1 Функциональные возможности программного комплекса
ЗАКЛЮЧЕНИЕ
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 169
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Свидетельства о государственной регистрации программы для
ЭВМ

#### введение

#### Актуальность темы исследования

Методы гидродинамического прокси-моделирования широко используются для решения многочисленных задач, возникающих на разных этапах и уровнях проектирования, анализа, контроля и регулирования разработки газовых месторождений, создания и эксплуатации ПХГ. Эти методы оказываются эффективными при интегрированном моделировании комплексных систем, проведении оперативных многовариантных расчетов, а также прогнозных расчетов в условиях ограниченного объема достоверных исходных геолого-промысловых и технико-экономических данных.

Методы прокси-моделирования технологических комплексов газовых И ΠΧΓ месторождений основываются на рациональном сочетании упрощенных (приближенных по описанию процессов, низкомерных, укрупненных) гидродинамических моделей, в которых учитываются наиболее существенные свойства составных частей таких комплексов – водоносных пластов, естественных и искусственных газовых залежей, эксплуатационных скважин, объектов внутрипромыслового транспорта и компримирования газа, особенности также главные происходящих В процессов. а НИХ Рассматриваемые процессы могут приближенно описываться несложными аналитическими зависимостями основных параметров этих процессов. Использование упрощенных моделей позволяет рассмотреть главное за "лесом" второстепенного.

Анализ соотношения затрат и качества результатов моделирования показывает, что при использовании упрощенных моделей, в отличие от сложных (подробных по описанию процессов, многомерных, детальных сеточных моделей), повышение качества результатов на условную единицу требует сравнительно небольшого прироста затрат. Это обуславливает тот факт, что долевое использование упрощенных гидродинамических моделей в общем комплексе различных по сложности моделей может достигать 90-95% на начальных этапах разработки месторождений и создания ПХГ, а также на высших иерархических уровнях их управления в ЕСГ. Долевое использование упрощенных моделей на заключительных этапах разработки месторождений, при циклической эксплуатации ПХГ, на низших уровнях управления (пластом, системой скважин и объектами обустройства) может составлять до 30-40%.

Опыт применения гидродинамических прокси-моделей показал, что они позволяют проводить соответствующие уровню и сложности поставленных задач, а также удовлетворительные по точности технологические расчеты по разработке газовых месторождений, созданию и эксплуатации ПХГ. Проксимодели характеризуются облегченной адаптацией, сравнительно небольшими трудозатратами и высокой оперативностью расчетов.

# Степень разработанности темы исследования

Исследованию вопросов гидродинамического прокси-моделирования при разработке естественных газовых залежей месторождений, создании и эксплуатации искусственных газовых залежей ПХГ посвящены многочисленные работы как отечественных, так и зарубежных авторов.

В научных трудах Баренблатта Г.И., Басниева К.С., Бузинова С.Н., Закирова С.Н., Кочиной И.Н., Михайловского А.А., Мясникова Ю.А., Филинова М.В., Хейна А.Л., Чарного И.А., Шеберстова Е.В., Ширковского А.И., Щелкачева В.Н., а также Кристеа Н., Carter R.D., Tracy G.W., Corey A.T., Hurst W., Van Everdingen A.F., Katz D.L., Coats K.K., Tek M.R., Klins M.A., Bouchard A.J., Fanchi J.R., Edwardson M. J. и др. рассмотрены точные и приближенные аналитические решения основного уравнения упругого режима плоскорадиальной фильтрации, которые используются для моделирования водоносных пластов газовых месторождений и ПХГ.

В исследованиях Бузинова С.Н., Варягова С.А., Васильева Ю.Н., Гереш П.А., Григорьева А.В., Гусева Э.Л., Егурцова Н.А., Ермолаева А.И., Закирова С.Н., Зиновьева В.В., Зотова Г.А., Игнатенко Ю.К., Колбикова С.В., Коротаева Ю.П., Левыкина Е.В., Максимова В.М., Михайловского А.А., Хана С.А. и др. вариативно представлены разновидности и модификации балансовых моделей

6

газовых залежей, в которых фигурируют основные показатели разработки месторождений, создания и эксплуатации ПХГ.

В работах ряда авторов, включая Бузинова С.Н., Варягова С.А., Гриценко А.И., Ермилова О.М., Ермолаева А.И., Коротаева Ю.П., Левыкина Е.В., Ширковского А.И. и др. рассмотрены методы прокси-моделирования важных гидродинамических процессов, протекающих в скважинах и объектах внутрипромыслового транспорта и компримирования газа.

Не смотря на значительное количество теоретических исследований и полученных практических результатов, используемые гидродинамические прокси-модели не всегда обеспечивают удовлетворительное соответствие реальным процессам. Это может приводить к снижению достоверности расчетов и эффективности разрабатываемых на их основе геологотехнологических и технико-экономических решений.

В связи с этим существует необходимость совершенствования применяемых в настоящее время методов гидродинамического проксимоделирования газовых месторождений, создания и эксплуатации ПХГ.

## Цель работы

Совершенствование методов гидродинамического проксимоделирования для повышения эффективности проектирования, анализа, контроля и регулирования разработки газовых месторождений, создания и эксплуатации ПХГ.

### Основные задачи исследования

1) Оценить точность существующих приближенных методов гидродинамического прокси-моделирования водоносных пластов и газовых залежей газовых месторождений и ПХГ;

 Раскрыть суть применения методов численной суперпозиции и численного интегрирования для гидродинамического расчета водоносных пластов газовых месторождений и ПХГ;

3) Разработать комплекс быстродействующих адаптивных алгоритмов и компьютерных программ интегрированного

гидродинамического прокси-моделирования движения газа в системе «пласт – скважины - объекты внутрипромыслового транспорта и компримирования газа»;

4) Провести практическую апробацию полученных результатов.

#### Объект и предмет исследования

Объектом исследования являются составные части технологических комплексов газовых месторождений и ПХГ – водоносные пласты, естественные или искусственные газовые залежи, эксплуатационные скважины, объекты внутрипромыслового транспорта и компримирования.

Предметом исследования являются гидродинамические прокси-модели элементов технологических комплексов газовых месторождений и ПХГ, а также происходящих в них процессов.

#### Научная новизна

Проведен систематический анализ гидродинамических прокси-моделей водоносных пластов газовых месторождений и ПХГ, которые основываются на теоретических функциях влияния в виде точных (аналитических) и приближенных (инженерных) решений основного уравнения упругого режима фильтрации для укрупненной скважины.

На основе сравнительного анализа результатов расчетов водоносных пластов газовых месторождений и ПХГ приближенными методами (эвристическим методом, методом интегральных соотношений и методом последовательной смены стационарных состояний) установлено, что для условий постоянного перепада, монотонного изменения (падения) и знакопеременного изменения давления на опорном контуре наиболее высокую точность, более 95%, показывает эвристический метод.

Результаты исследований водоносных пластов также показали, что точность расчетов методом численного интегрирования Картера-Трейси, с использованием точного и приближенных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации, на 5-6% ниже в случае знакопеременного изменения давления на опорном контуре (при циклической эксплуатации ПХГ) по сравнению с монотонным его изменением (при разработке месторождений).

Усовершенствованы модификации балансовой модели газовой залежи – зонального дренирования залежи и зональной газонасыщенности пласта при водонапорном режиме путем учета относительных фазовых проницаемостей.

Показано, что детерминированные прокси-модели скважин, трубопроводов и компрессорной станции могут быть заменены эквивалентными адаптивными нейросетевыми моделями.

Разработан адаптивный алгоритм интегрированного гидродинамического прокси-моделирования движения газа в системе «пласт – скважины - объекты внутрипромыслового транспорта и компримирования», в основе которого лежит использование искусственных нейронных сетей.

#### Защищаемые положения

1) Систематизация гидродинамических прокси-моделей для расчета водоносных пластов и газовых залежей газовых месторождений и ПХГ;

2) Усовершенствованный метод интегрированного гидродинамического прокси-моделирования газовых промыслов и ПХГ, включающий: численного решений метод интегрирования частных усовершенствованные водоносных пластов эвристическим методом; модификации балансовой модели газовой залежи – двух-объемного и зонального дренирования залежи и зональной газонасыщенности пласта при водонапорном режиме; нейросетевые модели трубопроводов и компрессорной станции;

 Программный модуль интегрированного гидродинамического прокси-моделирования движения газа в системе «пласт – скважины - объекты внутрипромыслового транспорта и компримирования газа».

## Теоретическая значимость работы

 Систематизированы исследования в области гидродинамического прокси-моделирования для расчета водоносных пластов и газовых залежей газовых месторождений и ПХГ;

9

 Разработаны основные направления по созданию и адаптации различных модификаций газогидродинамических прокси-моделей газовых промыслов и ПХГ;

3) Предложен подход к разработке алгоритма расчетов газовых промыслов и ПХГ, учитывающий функции относительных фазовых проницаемостей (ОФП), а также использующий искусственные нейронные сети для гидравлических моделей объектов внутрипромыслового транспорта и компримирования газа.

#### Практическая ценность и реализация результатов работы

1) На основе методов численной суперпозиции и численного интегрирования для гидродинамического расчета водоносных пластов газовых месторождений и ПХГ синтезированы адаптивные алгоритмы расчета изменения давления и совокупного перетока пластовой воды при переменных во времени условиях на стенке укрупненной скважины (опорном контуре) в водоносном пласте, которые позволяют проводить расчеты водоносных пластов с точностью, соизмеримой с аналитическими решениями основного уравнения упругого режима фильтрации для укрупненной скважины;

2) В усовершенствованных прокси-моделях газовых промыслов и ПХГ учитываются функции относительных фазовых проницаемостей (ОФП), а также используются искусственные нейронные сети для создания и проведения расчетов на гидравлических моделях объектов внутрипромыслового транспорта и компримирования газа. Использование таких моделей позволяет обеспечить необходимую точность расчетов при существенном сокращении временных затрат на их проведение;

3) Получены практические результаты применения методов проксимоделирования на примере ПХГ, основанные на разработанных алгоритмах и компьютерной программе интегрированного газогидродинамического прокси-моделирования движения газа в системе «пласт – скважины - объекты внутрипромыслового транспорта и компримирования газа» с использованием искусственных нейронных сетей.

#### Методы исследования

Решение поставленных задач проводилось на основе методов гидродинамического моделирования пластовых систем, скважин и объектов внутрипромыслового транспорта газа с использованием численных методов математического моделирования и методов машинного обучения.

## Степень достоверности результатов исследований

Проведенные исследования основываются на известных законах гидродинамики и обобщении отечественного и зарубежного опыта создания и использования гидродинамических прокси-моделей для расчета водоносных пластов, газовых залежей, скважин и внутрипромысловых объектов газовых месторождений и ПХГ. Результаты вычислительных экспериментов по моделированию объектов исследования, полученные с использованием усовершенствованных прокси-моделей, показали удовлетворительную сходимость С фактическими данными разработки месторождений И эксплуатации ПХГ.

## Личный вклад

Личный вклад автора состоит в проведении многовариантных расчетов гидродинамических прокси-моделей водоносных пластов и газовых залежей месторождений и ПХГ, аналитических исследованиях приближенных методов решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации для частных случаев постоянного давления или расхода воды на укрупненной скважине, разработке алгоритма и программного комплекса интегрированного гидродинамического прокси-моделирования движения газа в системе «пласт – скважины - объекты внутрипромыслового транспорта».

## Соответствие диссертации паспорту научной специальности

В соответствии с формулой специальности 25.00.17 «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений» диссертационная работа представляет собой прикладное исследование математических моделей и алгоритмов имитационного моделирования геологических объектов для

11

обеспечения проектирования, мониторинга и управления природнотехногенными системами при извлечении из недр и хранении природного газа.

Полученные научные результаты соответствуют пункту 5 – «Научные основы компьютерных технологий проектирования, исследования, эксплуатации, контроля и управления природно-техногенными системами, формируемыми для извлечения углеводородов из недр или их хранения в эффективного средств недрах с целью использования методов И информационных технологий, включая имитационное моделирование геологических объектов, систем выработки запасов углеводородов и геологотехнологических процессов».

## Апробация работы

Результаты диссертации обсуждались на следующий международных и всероссийских научных конференциях:

- VI Петербургский международный газовый форум, 2016 г., Санкт-Петербург,

- I Российский нефтегазовый саммит «Интеллектуальное месторождение», 2018, Москва,

- Роснефть, IV Конференция «Технология в области разведки и добычи нефти», 2018, Москва,

- V федеральный ИТ-форум нефтегазовой отрасли России, 2019, Санкт-Петербург,

- Роснефть, V Конференция «Технология в области разведки и добычи нефти», 2019, Москва.

### Публикации

Основное содержание работы изложено в 5 опубликованных работах, в том числе две в рецензируемых научных изданиях, включенных в «Перечень...» ВАК при Минобрнауки России.

Авторским коллективом получено два свидетельства о регистрации программы ЭВМ.

# Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 124 наименований и приложения. Общий объем работы составляет 184 печатные страницы, из которых основное содержание работы - 182 печатная страница. Текст работы содержит 35 рисунков и 69 таблиц.

# 1 Систематизация гидродинамических прокси-моделей водоносных пластов газовых месторождений и ПХГ

#### 1.1 Общие положения

В настоящее время имеется большое количество разных математических (далее для краткости слово математические будем опускать) моделей, позволяющих проводить гидродинамический расчет водоносных пластов, к которым приурочены разрабатываемые естественные газовые залежи месторождений или в которых создаются и эксплуатируются искусственные газовые залежи ПХГ. К их числу можно отнести модели, представленные в работах [1, 3, 13-18, 53, 55, 56, 62-65 и др.], а также используемые в программных продуктах Eclipse (Schlumberger), Tempest (Roxar), tNavigator (РФД).

При полномасштабном гидродинамическом моделировании таких протяженных пластов обычно рассматриваются две области пласта. Первая некоторая внутренняя область, включающая изменяющуюся во времени по размерам газовую залежь; вторая - внешняя по отношению к первой водоносная область пласта. Во внутренней области пласта происходит совместная фильтрация газа и пластовой воды, во внешней области фильтруется только пластовая вода.

Выделение в модели пласта внутренней газоносной и внешней водоносной областей проводится с помощью некоторого виртуального контура (поверхности). Виртуальный контур принимается постоянным и приближенным к максимально возможным границам газовой залежи в течение всего расчетного периода времени. Положение такого контура на разрабатываемых месторождениях обычно принимается близко к начальному контуру залежи, на ПХГ в водоносных пластах - к последней замыкающей изогипсе ловушки. В работе [93] такой виртуальный контур предложено называть опорным, так как на нем осуществляется "склейка" решений по изменению давлений, расходов и совокупного перетока (по балансу объемов притока-оттока) пластовой воды между выделяемыми областями.

Внутренняя область пласта характеризуется, как правило, наибольшим объемом геолого-промысловых данных. Для ее моделирования, в зависимости от поставленной задачи, могут использоваться как укрупненная балансовая модель газовой залежи или ее модификации с некоторыми аналитическими моделями расчета части пласта между текущей границей газовой залежи и опорным контуром, так и детальные сеточные модели [1, 9, 40, 47, 63, 65]. В протяженных пластах внешняя водоносная область значительно превосходит размеры внутренней области, а объем геолого-промысловых данных по внешней области существенно ограничен и обычно недостаточен даже для построения разреженных сеточных моделей. Поэтому при моделировании внешней водоносной области пластов газовых месторождений и ПХГ широкое применение нашли гидродинамические прокси-модели водоносных пластов, в которых используются их некоторые интегральные гидродинамические характеристики, называемые функциями влияния.

# 1.2 Описание функций влияния, используемых для гидродинамического прокси-моделирования водоносных пластов

Под функцией влияния водоносного пласта понимается изменение расхода пластовой воды при постоянном во времени среднем давлении (перепаде между начальным и текущим средним давлением) или изменение среднего давления при постоянном во времени единичном расходе пластовой воды на опорном контуре [14, 66].

Функции влияния зависят от размеров, формы и фильтрационноемкостных свойств (ФЕС) водоносного пласта, условий на его внешней и внутренней границе, геометрии фильтрационных потоков. В тоже время для определения функций влияния не требуется сведений о детальном геологическом строении и подробных данных по наблюдению за водоносным пластом. Для их применения достаточно знать некоторые общие геологические особенности и средние геометрические и фильтрационноемкостные параметры пласта.

Изменение во времени расхода воды с помощью функции влияния при постоянном перепаде между начальным и текущим средним давлением на опорном контуре произвольной формы можно определить по следующей формуле:

$$q_{w}(t) = B_{p} \Delta \hat{P}_{\text{oK}} \Psi(t), \qquad (1)$$

где  $\Delta \hat{P}_{OK}$  – постоянный во времени перепад между начальным и текущим средним давлением на опорном контуре ( $\Delta \hat{P}_{OK} = perm$ );

 $\Psi(t)$  - некоторая известная для данных параметров водоносного пласта безразмерная функция влияния при постоянном перепаде давления на опорном контуре;

*B<sub>p</sub>* – коэффициент пропорциональности при постоянном во времени перепаде давления.

Если перепад давления на опорном контуре произвольной формы переменный во времени, то совокупный на какой-либо момент времени t переток пластовой воды W(t) с использованием принципа суперпозиции выражается как функция изменения этого перепада давления в виде интеграла Дюамеля:

$$W(t) = B_p \int_0^t \Delta \hat{P}_{\text{oK}}(\tau) \frac{d\Psi(t-\tau)}{d\tau} d\tau$$
<sup>(2)</sup>

Изменение во времени перепада между начальным и текущим средним давлением при постоянном расходе воды на опорном контуре произвольной формы с использованием функции влияния можно определить по формуле:

$$\Delta \widehat{P}_{OK}(t) = \frac{1}{B_q} q_{wp} F(t) , \qquad (3)$$

где  $q_{wp}$  - постоянный во времени расход воды на опорном контуре  $(q_{wp}=perm);$ 

F(t) – некоторая известная для данных параметров водоносного пласта безразмерная функция влияния при постоянном расходе воды на опорном контуре;

 $1/B_q$  – коэффициент пропорциональности при постоянном во времени расходе воды.

Если расход воды на опорном контуре переменный во времени, то, используя принцип суперпозиции, указанный перепад давления на какой-либо момент времени *t* можно представить с помощью следующего интеграла:

$$\Delta \widehat{P}_{OK}(t) = \frac{1}{B_q} \int_0^t \frac{dq_w(\tau)}{d\tau} F(t-\tau) d\tau = \frac{1}{B_q} \int_0^t q_w(t-\tau) \frac{dF(\tau)}{d\tau} d\tau$$
(4)

Функции влияния могут быть определены по данным истории разработки или хранения газа. В работах [13, 99] показаны ограничения, которым должны удовлетворять функции влияния и их производные по времени (нечетные производные положительные величины, четные производные – отрицательные):  $\Psi(0) = 0, \Psi'(t) \ge 0, \Psi''(t) \le 0, \Psi'''(t) \ge 0$ ,  $\dots$   $F(0) = 0, F'(t) \ge 0, F''(t) \le 0, F'''(t) \ge 0, \dots$ , а также приведен способ определения фактических функций влияния водоносных пластов.

# 1.3 Общая характеристика методов гидродинамического проксимоделирования водоносных пластов

Для гидродинамического прокси-моделирования водоносных пластов газовых месторождений и ПХГ в качестве функций  $\Psi(t)$  в (1), (2) и F(t) в (3), (4) широко используются теоретические безразмерные функции влияния.

Такие теоретические функции влияния представляют собой полученные разными методами точные и приближенные аналитические решения основного дифференциального уравнения упругого режима плоскорадиальной фильтрации для частных случаев постоянного давления или расхода воды на опорном контуре. В качестве опорного контура считается укрупненная скважина. Радиус укрупненной скважины  $R_{yc}$  принимается не менее половины диаметра (размера вдоль большой оси) начальной площади

залежи месторождения или площади ловушки водоносного пласта в пределах последней замыкающей изогипсы (рисунок 1.1). При этом площадь внутри опорного контура находится как  $S_{\text{ок}} = \pi R_{\text{ус}}^2$  и принимается  $\hat{P}_{\text{ок}} = P_{\text{ус}}, q_w = q_{wyc},$  $W = Q_{vc}$ .



Рисунок 1.1 - Схема радиальных фильтрационных потоков вокруг укрупненной скважины во внешней водоносной области пласта и сеточная аппроксимация внутренней области, включающей газовую залежь месторождения или ловушку водоносного пласта ПХГ

Возможность удовлетворительного применения теоретических функций влияния, полученных для однородных пластов со схемой плоскорадиальных фильтрационных потоков, для описания реальных неоднородных пластов вытекает из формулы Дюпюи. Отношение радиусов под знаком логарифма в этой формуле позволяет проводить расчеты с допустимыми погрешностями для водоносных пластов не сложного геологического строения, в которых фильтрационные потоки могут удовлетворительно описываться радиальной геометрической схемой.

Точные решения основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации для укрупненной скважины для частных модельных случаев постоянного во времени давления или расхода пластовой воды впервые получены аналитически Ван Эвердингеном и Херстом. В связи со сложностью расчетов на основе полученных аналитических решений последние представлены в графическом и табулированном виде [55, 56, 113, 122]. Для удобства использования табулированных данных точных решений в ряде работ [113, 109, 115] предложены аппроксимирующие функции. При использовании точных решений принимается в общеизвестных обозначениях в (1), (2)  $\Psi(t) = \bar{Q}(fo)$  и в (3), (4)  $F(t) = \bar{P}(fo)$ .

Приближенные решения основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации для укрупненной скважины также для частных случаев получены разными методами [1, 8, 9, 13-18, 38-47, 61, 68, 88, 93, 94, 96]. Эти методы включают эвристический метод (ЭМ), метод интегральных (МИС), соотношений метод последовательной смены стационарных состояний (MIICCC) коэффициентов И инженерный метод продуктивности/приемистости водоносного пласта.

Известные методы гидродинамического прокси-моделирования водоносных пластов газовых месторождений и ПХГ для общего случая переменных во времени давления или расхода пластовой воды на укрупненной скважине основываются на использовании методов численной суперпозиции и численного интегрирования точных и приближенных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации, полученных для частных случаев.

Одними из первых метод суперпозиции для расчета изменения давления на стенке укрупненной скважины, работающей с переменным расходом пластовой воды, при решении задачи неустановившегося движения краевых и подошвенных вод в условиях упругого режима фильтрации в водоносных пластах ПХГ применили авторы работы [88].

Точные решения основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации для частных случаев на стенке укрупненной скважины используются в методе суперпозиции Эвердингена-Херста (МЭ-Х) [122] и методе интегрирования Картера-Трейси (МК-Т) [105]. В этих численных методах реализуются два альтернативных подхода по аппроксимации изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды на укрупненной скважине. В методе Эвердингена-Херста используется метод численной суперпозиции «скачков» расхода воды или перепада давления, аппроксимирующих их изменение во времени. В методе Картера-Трейси используется метод численного интегрирования «ступенек», аппроксимирующих изменение во времени расхода воды с заменой его реальной истории фиктивной историей на каждом новом временном шаге.

Указанные численные методы позволяют достигать высокую точность расчетов при решении прямых (воспроизведение истории, прогноз) задач. Причем оперируя реальной историей изменения расхода воды, метод Эвердингена-Херста дает возможность получать необходимую наперед заданную точность и в этом смысле его результаты можно считать эталонными. Однако эти методы трудно применимы для решения обратных задач по идентификации фильтрационно-емкостных свойств (ФЕС) водоносного пласта в силу табулированного вида используемых функций влияния или сложности выражений, аппроксимирующих эти функции с необходимой точностью.

В приближенных методах гидродинамического прокси-моделирования водоносных пластов, основанных также на численной суперпозиции или численном интегрировании, используются приближенные аналитические решения основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации для частных случаев [8, 9, 13]. Эти методы на основе упрощенных аналитических выражений, описывающих связь между изменением давления и расходом пластовой воды на опорном контуре, позволяют получать удовлетворительные результаты расчетов в прямых задачах и имеют несомненное преимущество по оперативности и объему вычислений в обратных задачах по сравнению с использованием точных решений.

# 1.4 Суть методов численной суперпозиции и численного интегрирования при переменных условиях на опорном контуре

1.4.1 Условие переменного во времени расхода воды на опорном контуре

По известной зависимости изменения во времени расхода воды на опорном контуре  $q_w = q_w(t)$  изменение совокупного перетока пластовой воды можно определить:

 по принципу суперпозиции (наложения эффектов во времени, допустимого для линейных дифференциальных уравнений) по следующей формуле:

$$W(t) = \int_{0}^{q_{w}(t)} (t - t(q_{w})) dq_{w}$$
(5)

2) по принципу интегрирования (сложения элементов по времени) по следующей формуле:

$$W(t) = \int_0^t q_w(t)dt \tag{6}$$

Суть методов численной суперпозиции (5) и численного интегрирования (6) расхода пластовой воды графически показана на рисунке 1.2 и рисунке 1.3, соответственно.



Рисунок 1.2 - Аппроксимация зависимости изменения во времени расхода воды на опорном контуре по методу численной суперпозиции



Рисунок 1.3 - Аппроксимация зависимости изменения во времени расхода воды на опорном контуре по методу численного интегрирования

Рассматриваемый интервал времени *t* разбивается на *n* элементарных интервалов с шагом  $\Delta t$ . Криволинейная зависимость  $q_w(t)$  при численной суперпозиции аппроксимируется моментно-скачкообразной функцией с элементарными скачками  $\Delta q_{wj}$  на каждом моменте времени  $t_{j-1}$ , а при численном интегрировании - интервально-постоянной (ступенчатой) функцией с элементарными ступеньками среднего расхода  $q_{cp wj} = perm$  на каждом интервале  $\Delta t_j = t_j - t_{j-1}$ . Зависимость изменения во времени совокупного перетока пластовой воды в обоих методах аппроксимируется интервально-линейной функцией. Очевидно, что точность аппроксимации увеличивается с уменьшением шага  $\Delta t$ .

Совокупный переток пластовой воды на опорном контуре можно определить по следующим формулам:

1) по методу численной суперпозиции, согласно формуле:

$$W(t_n) = \sum_{j=1}^n \Delta q_{wj} (t_n - t_{j-1}),$$
(7)

где  $\Delta q_{wj}$  – скачок расхода воды в момент времени  $t_{j-1}$ ;

2) по методу численного интегрирования, согласно формуле:

$$W(t_n) = \sum_{j=1}^n q_{\rm cp\,wj} \Delta t_j = \sum_{j=1}^n q_{\rm cp\,wj} (t_j - t_{j-1}), \tag{8}$$

где  $q_{cp wj}$  – средний расход воды на *j*–ом элементарном интервале  $\Delta t_i$ ;

*j*, *n* – номер и количество элементарных интервалов времени (*j*=1, 2, 3,...*n*).

Для определения изменения перепада давления на опорном контуре по методу численной суперпозиции имеем:

$$\Delta \hat{P}_{\text{OK}}(t_n) = \frac{1}{B_q} \sum_{j=1}^n \Delta q_{wj} F(t_n - t_{j-1})$$
(9)

Из рисунка 1.2 видно, что суть метода численной суперпозиции при определении совокупного перетока воды заключается в повторяющемся продлении "полос" моментно-скачкообразной функции расхода пластовой воды, а суть метода численного интегрирования из рисунка 1.3 - в последовательном прибавлении "столбцов" интервально-постоянной функции, с каждым новым шагом  $\Delta t$ .

1.4.2 Условие переменного во времени среднего давления на опорном контуре

При переменном во времени среднем давлении совокупный переток пластовой воды на опорном контуре можно определить по методу численной суперпозиции. Для этого криволинейная зависимость  $\hat{P}_{o\kappa}(t)$  аппроксимируется моментно-скачкообразной функцией с элементарными скачками давления  $\Delta \hat{P}_{o\kappa j-1}$  на каждом моменте времени  $t_{j-1}$  (рисунок 1.4). Тогда, для любого момента времени  $t_n$  имеем:

$$W(t_n) = B_p \sum_{j=1}^n \Delta \hat{P}_{0\kappa j-1} \Psi(t_n - t_{j-1})$$
(10)



Рисунок 1.4 - Аппроксимация зависимости изменения во времени среднего давления на опорном контуре по методу численной суперпозиции

1.5 Метод суперпозиции Эвердингена-Херста (МЭ-Х) расчета совокупного перетока пластовой воды при переменных во времени условиях на стенке укрупненной скважины

В основу метода суперпозиции Эвердингена-Херста (МЭ-Х) [122] расчета изменения давления при переменном расходе пластовой воды или совокупного перетока пластовой воды при переменном во времени перепаде давления на стенке укрупненной скважины положен метод численной суперпозиции скачков расхода воды (рисунок 1.2) или скачков давления (рисунок 1.4), соответственно. Поэтому часто для краткости этот метод называют просто методом суперпозиции.

В качестве функций влияния водоносного пласта здесь используются точные решения основного уравнения упругого режима фильтрации для укрупненной скважины, полученные Эвердингеном и Херстом и представленные в работах [56], в табулированном виде или в виде аппроксимирующих функций. Необходимо указать, что при таких расчетах с достаточной точностью также могут использоваться приближенные решения указанного уравнения.

Изменение во времени перепада давления на стенке укрупненной скважины при переменном расходе пластовой воды с использованием метода численной суперпозиции определяется по следующей формуле Эвердингена-Херста:

$$\Delta P_{\Im-X}(t_n) = \frac{1}{B} \Big[ q_{yc\,n} \bar{P}(fo_n) + \sum_{j=1}^{n-1} (q_{yc\,n} - q_{yc\,n-1}) \bar{P}(fo_n - fo_j) \Big] \quad (11)$$

Совокупный переток пластовой воды на какой-либо момент времени  $t_n$  при переменном давлении на стенке укрупненной скважины может быть представлен с использованием метода численной суперпозиции в следующем виде:

$$Q_{\rm yc}(t_n) = B \frac{R_{\rm yc}^2}{\kappa} \left[ \sum_{j=1}^n \Delta P_{\rm ycj-1} \bar{Q} \left( fo_n - fo_{j-1} \right) \right]$$
(12)

Особенность метода Эвердингена-Херста, как следует из (11) и (12), заключается в том, что при использовании принципа суперпозиции «скачков» расхода или давления необходимо для каждого очередного расчетного момента времени воспроизводить всю историю заново. Поэтому, объем и продолжительность расчетов совокупного перетока пластовой воды с каждым новым шагом может существенно увеличиваться с удлинением истории или прогнозного периода.

1.6 Метод интегрирования с фиктивной историей Картера-Трейси (МК-Т) расчета совокупного перетока пластовой воды при переменных во времени условиях на стенке укрупненной скважины

Метод интегрирования с фиктивной историей Картера-Трейси (МК-Т) [105] основывается на предложенном Херстом подходе [112] определения совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре с использованием метода численного интегрирования при некоторой фиктивной истории перетока.

Картером-Трейси в работе [105] формулы для изменения давления и совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре получены методом преобразований Лапласа. Приведем иной подход вывода этих формул.

В этом подходе, следуя [107], изменение во времени расхода воды аппроксимируется некоторым набором интервалов со средними расходами, а совокупный переток пластовой воды на какой-либо момент времени  $t_n$  может быть представлен в следующих альтернативных видах (используются обозначения, согласно рисунку 1.3):

$$W(t_n) = \sum_{i=0}^{n-1} q_{\rm cp\,wi+1}(t_{i+1} - t_i), \tag{13}$$

$$W(t_n) = W(t_j) + \sum_{i=j}^{n-1} q_{cp wi+1}(t_{i+1} - t_i),$$
(14)

где  $q_{cp wi}$  – средний расход воды на *i*-ом шаге;

j, n – номер и количество интервалов времени (j=1, 2, 3, ... n).

Если принять *j*=*n*-1, то из (14) для совокупного перетока пластовой воды, определяемого уравнением (2), получим

$$W(t_n) = W(t_{n-1}) + q_{cp\,wn}(t_n - t_{n-1})$$
(15)

Очевидно, что уравнение (15) не дает явное описание изменения совокупного перетока пластовой воды во времени для  $t < t_{n-1}$ . Второе слагаемое в этом уравнении представляет приток/отток пластовой воды на интервале  $(t_n - t_{n-1})$ .

Согласно методу Картера-Трейси реальная история переменного расхода пластовой воды заменяется на каждом шаге некоторой фиктивной историей с постоянным на всем ее протяжении расходом, равным его среднему значению  $q_{\rm cp\ wn}$  на последнем интервале времени (рисунок 1.5).

При этом, фиктивное значение совокупного перетока пластовой воды на момент времени  $t_n$ , исходя из условия его равенства реальному значению, кроме накопленного объема с постоянным расходом должно включать некоторый дополнительный объем мгновенно притекшей-утекшей пластовой воды в начальный момент времени  $W_0(t_n)$ , т.е.:

$$W(t_n) = W_0(t_n) + q_{\rm cp\,wn} t_n \tag{16}$$



Рисунок 1.5 - Аппроксимация по методу численного интегрирования Картера-Трейси реального изменения во времени расхода и совокупного

# перетока пластовой воды на опорном контуре и их замена на каждом шаге фиктивной историей

Как видно из рисунка 1.5, объем мгновенно притекшей-утекшей пластовой воды в начальный момент времени может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Изменение давления на опорном контуре по фиктивной истории на момент времени  $t_n$  будет включать два слагаемых, первое из которых  $\Delta P_1(t_n)$  обуславливается влиянием мгновенно притекшей-утекшей пластовой воды в начальный момент времени и второе  $\Delta P_2(t_n)$  – влиянием постоянного на протяжении всей этой истории расхода воды.

Для определения изменения давления, вызванного мгновенно притекшей-утекшей пластовой водой в начальный момент времени, найдем изменение давления в момент времени  $t_n$  при воздействии на пласт расходом  $q_{w0}$  в интервале времени  $0 \le t \le \Delta t$ .

Используя принцип суперпозиции, получим:

$$\Delta P_1(t_n) = \frac{1}{B} [q_{w0} F(t_n) - q_{w0} F(t_n - \Delta t)] =$$
  
=  $\frac{1}{B} q_{w0} [F(t_n) - F(t_n - \Delta t)] = \frac{1}{B} q_{w0} F'(t_n) \Delta t,$  (17)

где  $F'(t_n)$  – первая производная функции влияния водоносного пласта  $F(t_n)$  при постоянном расходе воды.

В (17) произведение  $q_{w0}\Delta t$  представляет собой объем мгновенно притекшей-утекшей пластовой воды на опорном контуре в начальный момент времени  $W_0(t_n)$ .

Изменение давления, вызванное постоянным на протяжении всей истории расходом воды, можно определить согласно (3):

$$\Delta P_2(t_n) = \frac{1}{B} q_{\rm cp\,wn} F(t_n) \tag{18}$$

После суммирования (17) и (18), предварительно выражая величину мгновенно притекшей-утекшей пластовой воды в начальный момент времени  $q_{w0}\Delta t$  из (16) и выделяя  $q_{cp\,wn}$  из (15), получим выражение для изменения

давления на опорном контуре на момент времени  $t_n$  по методу Картера-Трейси:

$$\Delta P_{\mathrm{K-T}}(t_n) = \frac{1}{B} \{ [W(t_n) - q_{\mathrm{cp}\,wn} t_n] F'(t_n) + q_{\mathrm{cp}\,wn} F(t_n) \} =$$
  
=  $\frac{1}{B} \{ q_{\mathrm{cp}\,wn} F(t_n) + F'(t_n) [W(t_{n-1}) - q_{\mathrm{cp}\,wn} t_{n-1}] \}$  (19)

Решая (19) относительно  $q_{cp wn}$ , получим:

$$q_{\rm cp\,wn} = \frac{B\Delta P_{\rm K-T}(t_n) - W(t_{n-1})F'(t_n)}{F(t_n) - t_{n-1}F'(t_n)}$$
(20)

Подставляя (20) в (14) и делая замену j=n-1, получим выражение для совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре на момент времени  $t_n$  по методу Картера-Трейси:

$$W(t_n) = W(t_{n-1}) + \left[\frac{B\Delta P_{K-T}(t_n) - W(t_{n-1})F'(t_n)}{F(t_n) - t_{n-1}F'(t_n)}\right](t_n - t_{n-1})$$
(21)

В качестве функций влияния водоносного пласта Картером-Трейси в [107] используются табулированные функции точных решений основного уравнения упругого режима фильтрации для укрупненной скважины, полученные Эвердингеном и Херстом в работах [55, 115].

Необходимо указать, что при проведении расчетов по формулам (19-21) с достаточной точностью могут использоваться также приближенные решения этого уравнения.

Как видно из (19-21), особенность метода численного интегрирования Картера-Трейси заключается в том, что для определения изменения давления, расхода и совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре на момент времени  $t_n$  не требуется проведение трудоемких расчетов по воспроизведению всей истории на основе принципа суперпозиции «скачков» расхода воды или давления. Для этого достаточно лишь знать значение совокупного перетока воды на момент времени  $t_{n-1}$ . Такая особенность, обеспечивающая значительное сокращение времени для расчетов, обусловила Картера-Трейси В зарубежных широкое использование метода И отечественных программных продуктах гидродинамического проксимоделирования водоносных пластов.

Однако, как видно из рисунка 1.5, при использовании указанных формул требуется адекватный подбор временных шагов  $\Delta t$  так, чтобы объем мгновенно притекшей-утекшей пластовой воды в начальный момент времени не мог бы "уходить" в бесконечность.

В случаях однонаправленного монотонного изменения во времени расхода воды удовлетворительная точность расчетов по формулам (19)-(21) может быть достигнута при продолжительных интервалах времени. Так, для многолетней разработки месторождений точность расчетов до нескольких процентов может быть обеспечена при интервалах времени 0,5 года.

Для получения удовлетворительной точности расчетов в случаях знакопеременного расхода пластовой воды на опорном контуре, что имеет место при циклической эксплуатации ПХГ, требуется оперировать малыми временными шагами, сопоставимыми с характерным интервалом времени изменения расхода газа на ПХГ. Это достигается путем сокращения продолжительности временных интервалов в ряде случаев до нескольких суток, хотя и приводит к увеличению объемов вычислительных работ и продолжительности расчетов.

Необходимо указать на возможность достижения хорошего схождения результатов расчетов (в пределах нескольких процентов) совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре по формуле (21), в которых используется фиктивная история расхода воды по методу Картера-Трейси, и результатов расчетов по формуле (12), отражающих реальное изменение расхода воды по методу Эвердингена-Херста.

# 1.7 Точные решения Эвердингена-Херста основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации для частных случаев на стенке укрупненной скважины

Рассматривается плоскорадиальная неустановившаяся фильтрация упругой жидкости вокруг укрупненной скважины в кольцевой модели однородного по коллекторским свойствам пласта (рисунок 1.1). Требуется определить изменение во времени совокупного перетока воды на стенке укрупненной скважины при постоянном давлении или изменение давления при постоянном расходе воды на стенке скважины.

Задача сводится к решению линейного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} = \frac{1}{\varkappa}\frac{\partial P}{\partial t}$$
(22)

при следующих краевых условиях:

1) начальном условии:

$$t=0, \ P=P_{H}=perm; \tag{23}$$

2) граничных условиях:

- на стенке укрупненной скважины радиусом  $R_{yc}$ :

$$r = R_{yc}, \ \Delta P_{yc} = P_{H} - P_{yc} = perm, \tag{24}$$

$$r = \mathbf{R}_{yc}, \ B\left(r\frac{\partial P}{\partial r}\right)_{r=R_{yc}} = q_{wyc} = perm;$$
(25)

- на внешней границе водоносного пласта:

$$r \to \infty, P = P_{\scriptscriptstyle H},$$
 (26)

$$r=R_{\kappa}, \ P=P_{\mu}, \qquad (27)$$

$$r = R_{\kappa}, \ \frac{\partial P}{\partial r} = 0.$$
 (28)

Условие (23) означает невозмущенность водоносного пласта с одинаковым давлением  $P_{\mu}$  в начальный момент времени. Условие (24) соответствует постоянному во времени перепаду давления между начальным давлением и давлением на стенке укрупненной скважины  $P_{yc}$ . Граничное условие (25) отвечает постоянному во времени расходу воды на стенке укрупненной скважины. Условия (26), (27) и (28) соответствуют водоносному пласту бесконечному по протяженности, ограниченных размеров радиусом  $R_{\kappa}$  с областью питания и замкнутому пласту.

1.7.1 Условие постоянного во времени перепада давления на стенке укрупненной скважины

В результате решения задачи (22), (23) операционным методом при условии постоянного во времени перепада давления на стенке укрупненной скважины (24) Ван Эвердингеном и Херстом получена следующая зависимость изменения во времени совокупного перетока воды на стенке скважины [13, 55, 124]

$$Q_{\rm yc}(t) = B \frac{R_{\rm yc}^2}{\kappa} \Delta P_{\rm yc} \bar{Q}({\rm fo}), \qquad (29)$$

где  $Q_{yc}(t)$  - совокупный переток воды на стенке укрупненной скважины;  $\varkappa$  – коэффициент пьезопроводности водоносного пласта  $\varkappa = \frac{k}{\mu_w m C_t}$ ; fo – безразмерный параметр Фурье ( $fo = \frac{\varkappa t}{R_{vc}^2}$ ).

Для радиальной геометрии фильтрационных потоков в кольцевых пластах:

коэффициент  $B = \frac{2\pi Kh}{\mu_w};$ 

К - средний коэффициент проницаемости пласта;

*h* – средняя толщина водоносного пласта;

*µ*<sub>w</sub> – коэффициент динамической вязкости воды.

Вид безразмерной функции  $\bar{Q}$ (fo) зависит от условий на внешней границе водоносного пласта (26)-(28). Например, для условия бесконечного по протяженности водоносного пласта (26):

$$\bar{Q}(\text{fo}) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{\left(1 - e^{-u^2 \text{fo}}\right) du}{u^3 \left[l_0^2(u) - Y_0^2(u)\right]},\tag{30}$$

где I<sub>0</sub> и Y<sub>0</sub> - функции Бесселя первого и второго рода нулевого порядка, соответственно.

Проведение расчетов по формуле (29) с учетом (30) или аналогичных выражений безразмерной функции  $\bar{Q}$ (fo) для других условий на внешней границе водоносного пласта (27) и (28) затруднительно. Для таких расчетов в работах [53, 113] приведены значения функции  $\bar{Q}$ (fo) в табличной форме в

зависимости от параметра *fo* при разных условиях на внешней границе водоносного пласта.

Для облегчения использования указанных табличных данных в работах [111] предложены аппроксимирующие многочлены, обеспечивающие точные значения функции  $\bar{Q}$ (fo), для условия постоянного во времени безразмерного давления на стенке укрупненной скважины:

1) Бесконечный водоносный пласт:

для *fo* < 0.01

$$\bar{Q}(\text{fo}) = \frac{2\sqrt{fo}}{\sqrt{\pi}} \tag{31}$$

для  $0.01 \le \text{fo} \le 200$ 

$$\bar{Q}(\text{fo}) = \frac{b_0(fo)^{b_7} + b_1(fo) + b_2(fo)^{b_8} + b_3(fo)^{b_9}}{b_4(fo)^{b_7} + b_5(fo) + b_6},$$
(32)

где 
$$b_0 = 1.12552;$$
  
 $b_1 = 1.160436;$   
 $b_2 = 0.2642821;$   
 $b_3 = 0.011311791;$   
 $b_4 = 0.590113;$   
 $b_5 = 0.04589742;$   
 $b_6 = 1;$   
 $b_7 = 0.5002034;$   
 $b_8 = 1.5;$   
 $b_9 = 1.979139.$   
ИЛИ  
 $\bar{Q}(fo) = \frac{1.2838*(fo)^{0.5} + 1.19328*fo + 0.269872*(fo)^{1.5} + 0.00855294*(fo)^2}{1.5 + 0.00855294*(fo)^2},$  (32a)

для  $200 < \text{fo} \le 2.0 * 10^{12}$ 

$$\bar{Q}(\text{fo}) = 10^{b_0 + b_1 \ln(f_0) + b_2 \ln(f_0)^{b_3}} + \varepsilon, \tag{33}$$

где  $b_0 = 4.39890;$  $b_1 = 0.43694;$  $b_2 = -4.16078;$   $b_3 = 0.09.$ 

или

$$\bar{Q}(\text{fo}) = \frac{-4.29881 + 2.02566 * fo}{\ln(fo)}$$
 (33a)

2) Замкнутый водоносный пласт:

$$\bar{Q}(\text{fo}) = \frac{R^2 - 1}{2} - \frac{2e^{-\alpha_1^2 f o} I_1^2(\alpha_1 R)}{\alpha_1^2 [I_0^2(\alpha_1) - I_1^2(\alpha_1 R)]} - \frac{2e^{-\alpha_2^2 f o} I_1^2(\alpha_1 R)}{\alpha_1^2 [I_0^2(\alpha_1) - I_1^2(\alpha_1 R)]} , \qquad (34)$$

где  $\alpha_1 = b_0 + b_1 \operatorname{csch}(R) + b_2 (R)^{b_3} + b_4 (R)^{b_5};$   $b_0 = -0.00222107;$   $b_1 = -0.627638;$   $b_2 = 6.277915;$   $b_3 = -2.734405;$   $b_4 = 1.2708;$   $b_5 = -1.100417;$   $\alpha_2 = b_0 + b_1 \operatorname{csch}(R) + b_2 (R)^{b_3} + b_4 (R)^{b_5};$   $b_0 = -0.00796608;$   $b_1 = -1.85408;$   $b_2 = 18.71169;$   $b_3 = -2.758326;$   $b_4 = 4.829162;$   $b_5 = -1.009021;$  $R = r_{\rm B}/R_{\rm vc};$ 

*r*<sub>в</sub> – радиус замкнутого водоносного пласта.

3) Конечный водоносный пласт с областью питания:

если fo < fo<sub>cross</sub> — водоносный пласт рассматривается как бесконечный, если  $fo \ge fo_{cross}$  — водоносный пласт рассматривается как замкнутый,

$$fo_{cross} = b_0 + b_1 \operatorname{csch}(R) + b_2 (R)^{b_4} + b_3 \ln(R)^{b_5},$$
 (35)  
где  $b_0 = -1.767;$   
 $b_1 = -0.606;$ 

 $b_2 = 0.12368;$   $b_3 = 3.02;$   $b_4 = 2.25;$  $b_5 = 0.5.$ 

1.7.2 Условие постоянного во времени расхода воды на стенке укрупненной скважины

Решение задачи (22), (23), полученное Ван Эвердингеном и Херстом операционным методом, для изменения во времени давления на стенке укрупненной скважины при условии постоянного расхода воды (25) имеет следующий вид

$$P(R_{\rm yc},t) = P_{\rm H} - \frac{q_{\rm wyc}}{B}\bar{P}({\rm fo}). \tag{36}$$

Выражение для функции  $\overline{P}$  (fo) зависит от условий на внешней границе водоносного пласта. При условии, например, бесконечного по протяженности водоносного пласта (26) эта функция имеет вид

$$\bar{P}(\text{fo}) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{\left(1 - e^{-u^2 \text{fo}}\right) du}{u^3 [I_1^2(u) - Y_1^2(u)]},$$
(37)

где I<sub>1</sub> и Y<sub>1</sub> - функции Бесселя первого и второго рода первого порядка, соответственно.

Функция  $\overline{P}(fo)$  для проведения расчетов также табулирована Ван Эвердингеном и Херстом для различных значений *fo* при разных условиях на внешней границе водоносного пласта [55, 113].

Для удобства применения табличных данных в работах [115] предложены аппроксимирующие многочлены, обеспечивающие точные значения функции  $\overline{P}(fo)$  и ее первой производной, для условия постоянного во времени безразмерного расхода на стенке укрупненной скважины:

Бесконечный водоносный пласт

для 
$$fo < 0.01 \ \bar{P}(fo) = \frac{2\sqrt{fo}}{\pi}$$
 (38)

для  $0.01 \le fo \le 500$ 

$$\bar{P}(\text{fo}) = \frac{b_0(fo)^{b_6} + b_1(fo) + b_2(fo)^{b_7}}{b_3 + b_4(fo)^{b_6} + b_5(fo) + (fo)^{b_7}} + \varepsilon,$$
(39)

где  $b_0 = 107.5868;$   $b_1 = 37.60613;$   $b_2 = 7.038188;$   $b_3 = 95.13748;$   $b_4 = 77.0034;$   $b_5 = 16.63856;$   $b_6 = 0.5003552;$   $b_7 = 1.338479.$ для fo > 500

$$\bar{P}(\text{fo}) = \frac{1}{2}\ln(fo)\left(1 + \frac{1}{2fo}\right) + 0.40454\left(1 + \frac{1}{2fo}\right) + \varepsilon$$
(40)

Производная  $\overline{P}$  (fo) для fo < 0.01

$$\overline{P}(fo) = \frac{1}{\sqrt{\pi f o}}$$
(41)

для  $0.01 \le \text{fo} \le 500$ 

$$\overline{P}(fo) = \frac{b_0 + b_1(fo)^{b_6} + b_2(fo)^{b_7} + b_3(fo)^{b_8} + b_4(fo)^{b_9} + b_5(fo)^{b_{10}}}{\left(b_{11} + b_{12}(fo)^{b_7} + b_{13}(fo) + (fo)^{b_9}\right)^2} + \varepsilon$$
(42)

где  $b_0 = 3577.752441;$   $b_1 = 5121.404179;$   $b_2 = 552.462473;$   $b_3 = 364.062209;$   $b_4 = 26.908805;$   $b_5 = 896.239475;$   $b_6 = -0.499645;$   $b_7 = 0.5003552;$   $b_8 = 0.838834;$   $b_9 = 1.338479;$   $b_{10} = 0.338479;$   $b_{11} = 95.13748;$  $b_{12} = 77.0034;$   $b_{13} = 16.63856.$ для fo > 500

$$\overline{P}(fo) = \frac{1}{2fo} \left[ 1 - \frac{\ln(fo)}{2fo} + \frac{0.09546}{fo} \right]$$
(43)

Замкнутый водоносный пласт

$$\bar{P}(fo) = \frac{2}{R^2 - 1} \left(\frac{1}{4} + fo\right) - \frac{3R^4 - 4R^4 lnR - 2R^2 - 1}{4(R^2 - 1)^2} + \frac{2e^{-\beta_1^2 fo} I_1^2(\beta_1 R)}{\beta_1^2 [I_1^2(\beta_1 R) - I_1^2(\beta_1)]} + \frac{2e^{-\beta_2^2} fo I_1^2(\beta_2 R)}{\beta_2^2 [I_1^2(\beta_2 R) - I_1^2(\beta_2)]} + \varepsilon$$
(44)

где 
$$\beta_1 = b_0 + b_1 \operatorname{csch}(R) + b_2 (R)^{b_3} + b_4 (R)^{b_5};$$
  
 $b_0 = -0.00870415;$   
 $b_1 = -1.08984;$   
 $b_2 = 12.4458;$   
 $b_3 = -2.8446;$   
 $b_4 = 3.4234;$   
 $b_5 = -0.949162;$   
 $\beta_2 = b_0 + b_1 \operatorname{csch}(R) + b_2 (R)^{b_3} + b_4 (R)^{b_5};$   
 $b_0 = -0.0191642;$   
 $b_1 = -2.47644;$   
 $b_2 = 25.3343;$   
 $b_3 = -2.73054;$   
 $b_4 = 6.13184;$   
 $b_5 = -0.939529.$   
Производная  $\overline{P}$  (fo) :

$$\overline{P}(fo) = \frac{2}{R^2 - 1} - \frac{2e^{-\beta_1^2 fo} I_1^2(\beta_1 R)}{[I_1^2(\beta_1 R) - I_1^2(\beta_1)]} + \frac{2e^{-\beta_2^2} fo I_1^2(\beta_2 R)}{[I_1^2(\beta_2 R) - I_1^2(\beta_2)]}$$
(45)

Конечный водоносный пласт с областью питания
Если fo < fo<sub>cross</sub> — водоносный пласт рассматривается как бесконечный, если  $fo \ge fo_{cross}$  — водоносный пласт рассматривается как замкнутый.

$$fo_{cross} = b_0(R-1) + b_1(R-1)^{b_2},$$
 (46)

где  $b_0 = 0.0980958;$  $b_1 = 0.100683;$  $b_2 = 2.03863.$ 

1.8 Эвристический метод (ЭМ) решения основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации для частных случаев постоянного перепада давления и расхода воды на стенке укрупненной скважины

Эвристический метод (ЭМ) решения основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации (22) при условиях (23)-(25) позволяет путем комбинации нескольких приближенных аналитических решений для частных случаев, справедливых на отдельных интервалах времени, получать сравнительно простые формулы с достаточной степенью точности для всех моментов времени.

В работе [13] эвристическим методом для скважины малого радиуса, расположенной в первоначально невозмущенном неограниченном однородном водоносном пласте, получены следующие аналитические выражения:

для изменения дебита скважины  $q_{wc}(t)$ , пущенной в эксплуатацию при постоянном давлении на стенке  $P_c = perm$  (депрессии  $P_H - P_c = perm$ )

$$q_{wc}(t) = B \frac{P_{\rm H} - P_c}{\ln(1 + 0.24855\sqrt{fo}) + \frac{1.523908\sqrt{fo}}{1 + 1.0105\sqrt{fo}}},$$
(47)

для изменения давления на стенке скважины  $\Delta P_c(t)$  при постоянном во времени дебите  $q_{wc0}$ =*perm* 

$$\Delta P_c(t) = \frac{q_{wc0}}{B} \left[ \ln(1 + 0.86303\sqrt{fo}) + \frac{0.265354\sqrt{fo}}{1 + 0.480844\sqrt{fo}} \right].$$
(48)

В работе [13] показано, что расчеты по формулам (47) и (48) дают хорошую сходимость с соответствующими точными численными решениями Эвердингена и Херста для укрупненной скважины (расхождение не превышает 0.03%).

Поэтому в расчетах перетока пластовой воды на опорном контуре с высокой точностью в качестве безразмерной функции влияния водоносного бесконечного пласта можно принимать:

- в (1) и (2) для постоянного перепада давления на опорном контуре:

$$\Psi(t) = \frac{1}{\ln(1 + 0.24855\sqrt{fo}) + \frac{1.523908\sqrt{fo}}{1 + 1.0105\sqrt{fo}}};$$
(49)

- в (3) и (4) для постоянного расхода воды на опорном контуре:

$$F(t) = \ln(1 + 0.86303\sqrt{\text{fo}}) + \frac{0.265354\sqrt{\text{fo}}}{1 + 0.480844\sqrt{\text{fo}}}.$$
 (50)

## 1.9 Метод интегральных соотношений (МИС) решения основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации

Рассматривается бесконечный водоносный пласт или первая фаза упругого режима фильтрации в пласте с контуром питания или в замкнутом пласте.

Решается основное дифференциальное уравнение упругого режима фильтрации (22) при условиях (23, (26) и переменном во времени расходе воды на стенке укрупненной скважины:

$$B\left(r\frac{\partial P}{\partial r}\right)_{r=R_{\rm yc}} = q_{\rm wyc}(t). \tag{51}$$

Согласно методу интегральных соотношений [8] в каждый момент времени в водоносном пласте выделяются две зоны – внутренняя возмущенная и внешняя невозмущенная. Граница между этими зонами изменяется во времени. В невозмущенной зоне сохраняется первоначальное давление. 1.9.1 Приближенное решение распределения давления в возмущенной зоне пласта в виде многочлена

В [38, 40] дается приближенное решение задачи о неустановившемся притоке жидкости к укрупненной скважине при переменном (и постоянном) во времени дебите воды методом интегральных соотношений. В соответствии с этим методом решение задачи по распределению давления в возмущенной зоне пласта можно искать в виде многочлена *n*—ой степени. Исследования показали, что во многих случаях достаточно ограничиться многочленом первой степени, т.е.

$$P(r, fo) = P_1(fo) \ln \frac{r}{R_{rp}(fo)} + P_0(fo) + p_2(fo) \frac{r}{R_{rp}(fo)}.$$
 (52)

Для определения коэффициентов  $P_0(\text{fo})$ ,  $P_1(\text{fo})$  и  $P_2(\text{fo})$  используется граничное условие (51) и вводимые по методу интегральных соотношений дополнительные условия на подвижной границе возмущенной зоны пласта с радиусом  $R_{IP}$ :

давление равно начальному значению

$$P(r, \text{fo})_{r=R_{\text{rp}}} = P_{\text{H}}; \tag{53}$$

первая производная давления по радиусу равна нулю, что соответствует равенству нулю расхода воды

$$\left(\frac{\partial P}{\partial r}\right)_{r=R_{\rm rp}} = 0. \tag{54}$$

Радиус подвижной границы возмущенной зоны пласта определяется согласно методу интегральных соотношений из уравнения материального баланса суммарного количества поступившей в укрупненную скважину пластовой воды и снижения ее упругого запаса (по формуле (52) изменения давления) в возмущенной зоне.

После некоторых допущений и преобразований можно получить следующее соотношение для вычисления зависимости  $R_{rp} = R_{rp}$  (fo):

$$fo' = \frac{\varkappa}{R_{yc}^2} \frac{Q_{yc}(t)}{q_{wyc}(t)} = {\binom{R_{rp}^2(fo)}{R_{yc}^2}}/{12},$$

$$\kappa R_{rp} = 2\sqrt{\varkappa t}.$$
(55)

Изменение давления в любой точке возмущенной зоны водоносного пласта вокруг укрупненной скважины, пущенной в эксплуатацию с переменным во времени дебитом, с удовлетворительной точностью можно определять по следующей формуле:

$$P(r,t) = P_{\rm H} - \frac{q_{\rm wyc}(t)}{B} \overline{P}({\rm fo}').$$
(56)

Здесь 
$$\bar{P}(\text{fo}') = \frac{\sqrt{12\text{fo}'} \left( \ln \frac{R_{\text{yc}} \sqrt{12\text{fo}'}}{r} - 1 \right) + \frac{r}{R_{\text{yc}}}}{\sqrt{12\text{fo}'} - 1}.$$
 (57)

В частном случае работы укрупненной скважины с постоянным дебитом изменение давления в любой точке возмущенной зоне водоносного пласта можно определять по формуле (36), для которой в (57) нужно принимать fo' = fo.

Для определения изменения давления на стенке укрупненной скважины необходимо в (57) отношение радиусов приравнять единице. Тогда формула для определения изменения давления на стенке укрупненной скважины при переменном во времени ее дебите имеет следующий вид:

$$P(R_{\rm yc},t) = P_{\rm H} - \frac{q_{\rm wyc}(t)}{B}\overline{P}({\rm fo}').$$
(58)

Здесь 
$$\bar{P}(\text{fo}') = \frac{\sqrt{12\text{fo}'(\ln\sqrt{12\text{fo}'}-1)+1}}{\sqrt{12\text{fo}'}-1}.$$
 (59)

Функцию  $\bar{P}(fo')$ , полученную по МИС, можно использовать в качестве безразмерной функции влияния водоносной области бесконечного пласта, т.е. в (3) и (4) можно принимать  $F(t) = \bar{P}(fo')$ .

1.9.2 Приближенное решение распределения по пласту расхода воды в виде степенного ряда

В работе [13] также даются приближенные решения основного уравнения упругого режима фильтрации методом интегральных соотношений. Но в отличие от [43], в возмущенной зоне задается распределение по пласту (радиусу) расхода воды, которое представляется в виде ограниченного степенного ряда:

$$q_w(t) = -2Bz \frac{\partial P}{\partial z} = \sum_{n=0}^{2} \alpha_n(t) z^n, (z = r^2)$$
(60)

(61)

 $\mathbf{H} \qquad \frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{1}{2\pi mh} \frac{1}{r} \frac{\partial q_w}{\partial r} = -\frac{1}{\pi mh} \frac{\partial q_w}{\partial z} = -\frac{1}{\pi mh} \sum_{n=1}^2 n\alpha_n(t) z^{n-1}.$ 

Дополнительно принимается, что на подвижной границе возмущенной зоны производные от давления всех порядков равны нулю.

Рассматривается приток жидкости к скважине нулевого радиуса с постоянным дебитом  $q_{w0}$ . Выражение (60) с учетом допущения равенства нулю производных от давления на подвижной границе возмущенной зоны имеет вид

$$q_w(t) = -Br\frac{\partial P}{\partial r} = q_{w0}(1-x)^2; x = \frac{z}{z_{\rm rp}}.$$
(62)

Радиус подвижной границы возмущенной зоны пласта определяется с использованием метода интегральных соотношений. В соответствии с этим методом приравнивая между собой средневзвешенные по области фильтрации производные от давления по времени, получается следующее выражение для радиуса подвижной границы:

$$R_{\rm rp}^2 = 12\varkappa t . \tag{63}$$

Из (62) с использованием (63) получена следующая формула изменения давления в произвольной точке пласта, в частности на стенке скважины радиусом  $R_{yc}$ , работающей с постоянным дебитом воды  $q_{w0}$ 

$$P(R_{\rm yc},t) = P_{\rm H} - \frac{q_{w0}\mu_{w}}{4\pi Kh} \ln \frac{2.678\kappa t}{R_{\rm yc}^{2}}.$$
 (64)

В расчетах перетока пластовой воды на опорном контуре при постоянном расходе в качестве безразмерной функции влияния водоносной области бесконечного пласта можно принимать в (3) и (4)

$$F(t) = \ln \frac{2.678\kappa t}{R_{yc}^2}.$$
(65)

# 1.10 Метод последовательной смены стационарных состояний (МПССС) решения основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации

При использовании МПССС для решения основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации (22) при условиях (23)-(25) водоносный пласт, также как в методе интегральных соотношений, в каждый момент времени делится на две зоны, внутреннюю возмущенную и внешнюю невозмущенную зону. Граница между этими зонами изменяется во времени.

МПССС заключается в том, что нестационарные процессы фильтрации в возмущенной зоне представляются как последовательная смена стационарных состояний (отсюда название метода). Этот метод можно рассматривать как частный случай метода интегральных соотношений, в котором при описании распределения давления в возмущенной зоне пласта (38) учитывается только один логарифмический член. При этом принимается, что расход воды во всех сечениях одинаковый и производная от давления на подвижной границе зон не равна нулю.

В модели плоско-радиальной фильтрации вокруг укрупненной скважины, радиус которой соответствует равновеликой площади внутри опорного контура, внешний радиус возмущенной зоны совпадает с радиусом подвижной границы раздела зон  $R_{\rm rp}$  и определяется из выражения  $R_{\rm rp} = 2\sqrt{\varkappa t}$ .

Стационарное распределение давления в возмущенной зоне в каждый момент времени описывается следующим уравнением

$$P(r) = P_{\rm H} + \frac{P_{\rm H} - P_{\rm yc}}{\ln \frac{R_{\rm rp}}{R_{\rm yc}}} \ln \frac{r}{R_{\rm rp}}.$$
 (66)

Связь между расходом воды и давлением на стенке укрупненной скважины в каждый момент времени выражается формулой Дюпюи:

$$q_{wc}(t) = \frac{2\pi K h}{\mu_w} \frac{P_{\rm H} - P_{\rm yc}(t)}{\ln \frac{R_{\rm rp}(t)}{R_{\rm yc}}}.$$
(67)

Из (66) и (67) можно установить связь давления на подвижной границе раздела зон, равное начальному давлению, с давлением на расстоянии *r* и расходом воды на укрупненной скважине

$$P_{\rm H} - P(r) = \frac{q_{\rm wc}\mu_{\rm w}}{2\pi Kh} \ln \frac{R_{\rm rp}}{r}.$$
(68)

Из уравнения (68) вытекает, что расход воды в любом сечении возмущенной зоны пласта при стационарной фильтрации равен расходу на

укрупненной скважине, а при нестационарной фильтрации увеличивается от нуля на границе раздела зон до расхода на стенке скважины. Поэтому по уравнению установившегося притока/оттока воды вокруг укрупненной скважины получаются завышенные потери давления в возмущенной зоне пласта по сравнению с реальными потерями.

Совокупный переток пластовой воды на укрупненной скважине можно определить с использованием (67) методом численного интегрирования.

# 1.11 Инженерный метод прокси-моделирования водоносных пластов с использованием коэффициентов продуктивности/приемистости

В методе прокси-моделирования водоносных пластов с использованием коэффициентов продуктивности/приемистости принимается линейная зависимость расхода притока-оттока пластовой воды на опорном контуре от перепада давления между водоносной областью и опорным контуром. Это означает жесткую связь расхода воды и изменения указанного перепада давления.

В качестве коэффициентов пропорциональности рассматриваемой зависимости используются некоторые постоянные агрегированные коэффициенты продуктивности/приемистости водоносного пласта.

Под коэффициентом продуктивности/приемистости водоносного пласта понимается величина расхода притока-оттока пластовой воды на опорном контуре, приходящаяся на единицу перепада давления между водоносной областью и опорным контуром.

Расход притока-оттока пластовой воды на опорном контуре зависит от условий на внешней границе водоносного пласта.

Бесконечный по протяженности пласт

$$q_{w}(t) = K_{6\Pi}(P_{\rm H} - \hat{P}_{\rm OK}(t)), \tag{69}$$

где *P<sub>н</sub>* – начальное пластовое давление в водоносном пласте, приведенное к гипсометрическому уровню опорного контура;

*K*<sub>бn</sub> - агрегированный коэффициент продуктивности/приемистости водоносного бесконечного пласта, который может различаться при притоке и оттоке воды.

Коэффициент продуктивности/приемистости приближенно может быть представлен обратно пропорциональным функции влияния водоносного бесконечного пласта для постоянного расхода воды

$$K_{6\pi} = \frac{1}{F_{6\pi}}.$$
(70)

Пласт с контуром питания

$$q_{W}(t) = K_{\rm KII}(P_{\rm KII} - \hat{P}_{\rm OK}(t)), \qquad (71)$$

где  $P_{\kappa n}$  – постоянное давление на контуре питания;

*К<sub>кп</sub>* - агрегированный коэффициент приемистости/продуктивности водоносного пласта с контуром питания.

Погрешность расчетов по формуле (71) будет наименьшей, если контур питания находится в непосредственной близости от опорного контура, и будет возрастать с увеличением расстояния между этими контурами.

Для коэффициента приемистости/продуктивности водоносного пласта с контуром питания, расположенным на незначительном расстоянии от опорного контура, можно написать следующую связь с функцией влияния водоносного пласта, при постоянном во времени расходе воды

$$K_{\rm K\Pi} = \frac{1}{F_{\rm K\Pi}}.\tag{72}$$

### Замкнутый водоносный пласт

Рассматривается замкнутый водоносный пласт. Приток-отток пластовой воды на опорном контуре происходит только за счет упругого запаса водоносного пласта, в котором оперируют средневзвешенным по объему пластовым давлением.

Принимается жесткая связь между расходом воды на опорном контуре и разностью средневзвешенного пластового давления в водоносном пласте и давления на опорном контуре:

$$q_{w}(t) = K_{3\Pi}(\bar{P}_{3\Pi}(t) - \hat{P}_{0K}(t)), \qquad (73)$$

где  $\bar{P}_{3\Pi}(t)$  - средневзвешенное пластовое давление в замкнутом водоносном пласте;

*К*<sub>3n</sub> - агрегированный коэффициент продуктивности/приемистости замкнутого водоносного пласта.

Для коэффициента продуктивности/приемистости замкнутого водоносного пласта можно написать следующую связь с функцией влияния при постоянном во времени расходе воды на опорном контуре

$$K_{3\pi} = \frac{1}{F_{3\pi}}.$$
 (74)

Метод моделирования водоносного пласта с использованием коэффициентов продуктивности/приемистости часто применяется для прогнозных гидродинамических расчетов при наличии истории разработки или подземного хранения газа, по данным которой имеется возможность сравнительно просто оценить эти коэффициенты.

# 1.12 Примеры использования гидродинамических прокси-моделей для расчета водоносных пластов газовых месторождений и ПХГ

Необходимо определить изменение во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре радиусом  $R_{\rm ok} = 2000$  м при следующих параметрах пласта: пласт принимается неограниченным; коэффициент пористости m = 0.2; коэффициент проницаемости  $k = 0.1 \times 10^{-12}$  м<sup>2</sup>; толщина пласта h = 15 м; коэффициент сжимаемости воды и породы  $C_t = 0.44 \times 10^{-3}$  1/МПа; коэффициент вязкости пластовой воды  $\mu_w = 0.5 \times 10^{-9}$  МПа  $\star$  с; начальное пластовое давление  $p_{\rm H} = 11.898$  МПа.

По данным параметрам пласта определяются:

- следующие коэффициенты:

$$B = \frac{2\pi Kh}{\mu_w} = \frac{2*3.14*0.1*10^{-12}*15}{0.5*10^{-9}} = 18.84 * 10^{-3} \text{ m}^3/(\text{M}\Pi\text{a*c});$$
$$\varkappa = \frac{k}{\mu_w m C_t} = \frac{0.1*10^{-12}}{0.5*10^{-9}*0.2*0.44*10^{-3}} = 2.273 \text{ m}^2/\text{c};$$

- безразмерное время:

$$fo = \frac{\kappa t}{R_{o\kappa}^2} = \frac{kt}{m\mu C_t R_{o\kappa}^2} = 0.04909 * t (\text{B cytrax}).$$

 1.12.1 Использование частных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации при постоянном давлении (перепаде) на опорном контуре

Рассмотрим расчет изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды для двух вариантов постоянного давления на опорном контуре 11.887 МПа и 11.794 МПа, что соответствует постоянному перепаду давления  $\Delta P_{\text{ок}} = 0.011$  МПа и  $\Delta P_{\text{ок}} = 0.104$  МПа.

### 1.12.1.1 Использование точного решения Эвердингена-Херста

Совокупный переток пластовой воды на опорном контуре с использованием точного решения Эвердингена-Херста рассчитывается с применением формулы (29):

$$Q_{\rm oK}(t) = B \frac{R_{\rm oK}^2}{\varkappa} \Delta P_{\rm oK} \bar{Q}(fo).$$
(75)

Для каждого момента времени определяется безразмерная функция Эвердингена-Херста. Например, для t = 30 сут., fo = 0.04909 \* 30 = 1.4727, а функция Эвердингена- Херста  $\bar{Q}(fo) = 2.051$ .

Подставляя значения B,  $\varkappa$  и  $\bar{Q}(fo)$  в (75) получаем, например, для t = 30 сут.:

при 
$$\Delta P_{\text{ок}} = 0.011 \text{ MIa}$$
  
 $Q_{\text{ок}}(t) = 2\pi hm C_t R_{\text{ок}}^2 \Delta P_{\text{ок}} \bar{Q}(fo) = 2 * 3.14 * 15 * 0.2 * 0.44 * 10^{-3} * 2000^2 * 0.011 * 2.051 = 748.5 \text{ м}^3,$ 

расход воды, средний за интервал времени [22,31] сут., составит

$$q_{\rm ok}(t) = \frac{\Delta Q_{\rm ok}(t)}{\Delta t} = 17.79 {\rm M}^3/{\rm CyT};$$

при Δ*P*<sub>ок</sub> = 0.104 МПа

$$Q_{\rm ok}(t) = 7077.1 \,\mathrm{m^3}, \quad q_{\rm ok}(t) = 214.56 \,\mathrm{m^3/_{CYT}}$$

Пример расчета изменения во времени совокупного перетока и расхода пластовой воды при двух значениях постоянного перепада давления 0.011 МПа и 0.104 МПа на опорном контуре с использованием точного решения Эвердингена-Херста приведен в таблице 1.1.

Таблица 1.1 - Изменение во времени совокупного перетока и расхода пластовой воды при двух значениях постоянного перепада давления 0.011 МПа и 0.104 МПа на опорном контуре с использованием точного решения Эвердингена-Херста

<i>t</i> , сут	fo	$\overline{Q}(fo)$	$\Delta \boldsymbol{P}_{\rm oK} = \boldsymbol{0}.\boldsymbol{0}1$	L1 МПа	$\Delta \boldsymbol{P}_{\rm oK} = \boldsymbol{0}.\boldsymbol{104}\mathbf{M}\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{a}$			
			$q_{_{\mathrm{OK}}}(t), {^{\mathrm{M}}}^3/_{\mathrm{CYT}}$	$\boldsymbol{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(t),\mathrm{m}^{3}$	$q_{_{\mathrm{OK}}}(t)$ , $^{\mathrm{M}3}/_{\mathrm{CYT}}$	$oldsymbol{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(t),\mathrm{m}^{3}$		
1	0.04909	0.248	90.429	90.429	854.961	854.961		
5	0.24545	0.643	36.038	234.579	340.720	2217.840		
10	0.49091	0.995	25.709	363.122	243.062	3433.153		
20	0.98182	1.564	20.756	570.686	196.242	5395.574		
30	1.47273	2.051	17.785	748.536	214.555	7077.066		
60	2.94545	3.299	15.173	1203.729	143.455	11380.707		
180	8.83636	7.203	11.874	2628.664	112.268	24852.821		
360	17.67273	11.992	9.709	4376.258	91.793	41375.526		
540	26.50909	16.252	8.637	5930.916	81.659	56074.113		
720	35.34545	20.215	8.035	7377.187	75.966	69747.948		
960	47.12727	25.197	7.574	9195.064	71.613	86935.149		
1200	58.90909	29.933	7.202	10923.544	68.092	103277.140		
2400	117.81818	51.502	6.559	18794.547	62.014	177693.901		
3600	176.72727	71.109	5.963	25949.615	56.373	245341.815		
10000	490.90909	162.901	5.234	59446.911	49.485	562043.521		

#### 1.12.1.2 Использование эвристического метода (ЭМ)

Расчет расхода пластовой воды на опорном контуре с использованием эвристического метода проводится по формуле (47) изменения дебита укрупненной скважины, пущенной в эксплуатацию при постоянном давлении (депрессии) на ее стенке.

Подставляя значения *B* и *fo* в (47) получаем, например, для t = 30 сут.: при  $\Delta P_{\text{ок}} = 0.011$  МПа

$$q_{\rm ok}(t) = B \frac{\Delta P_{\rm ok}}{\ln(1 + 0.24855\sqrt{\rm fo}) + \frac{1.523908\sqrt{\rm fo}}{1 + 1.0105\sqrt{\rm fo}}} = 16.37 \,^{\rm M}{}^3/_{\rm CYT.},$$

совокупный переток пластовой воды за 30 суток (Дt=30-20=10 сут.)

$$Q_{\rm ok}(t) = Q_{\rm ok}(t-1) + 0.5 * (q_{\rm ok}(t) + q_{\rm ok}(t-1)) * \Delta t = 556.21 + 0.5 * (16.371 + 18.38) * 10 = 729.97 \,\mathrm{m^3};$$

при  $\Delta P_{\rm ok} = 0.104$  МПа

$$q_{\rm ok}(t) = 154.78 \text{ }^{\text{M}^3}/_{\text{CYT.}}$$
и  $Q_{\rm ok}(t) = 6901.52 \text{ }^{\text{M}^3}$ 

Пример расчета изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды при двух значениях постоянного перепада давления 0.011 МПа и 0.104 МПа на опорном контуре с использованием эвристического метода приведен в таблице 1.2.

Таблица 1.2 - Изменение во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды при двух значениях постоянного перепада давления 0.011 МПа и 0.104 МПа на опорном контуре с использованием эвристического метода

t, сут	fo	$\Delta \mathbf{P}_{\rm ok} = 0.0$	11 МПа	$\Delta \mathbf{P}_{\rm ok} = 0.104\mathbf{M}\mathbf{\Pi}\mathbf{a}$			
		$q_{_{OK}}(t)$ , $M^3/_{CYT}$	$\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}),\mathbf{m}^{3}$	$q_{_{OK}}(t)$ , $M^3/_{CYT}$	$\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}),\mathbf{m}^{3}$		
1	0.04909	54.372	54.372	514.060	514.060		
5	0.24545	28.930	220.975	273.519	2089.218		
10	0.49091	22.802	350.304	215.580	3311.965		
20	0.98182	18.380	556.213	173.775	5258.743		
30	1.47273	16.371	729.968	154.779	6901.516		
60	2.94545	13.657	1180.380	129.117	11159.959		
180	8.83636	10.634	2637.827	100.541	24939.457		
360	17.67273	9.253	4427.693	87.485	41861.825		
540	26.50909	8.576	6032.301	81.080	57032.664		
720	35.34545	8.142	7536.930	76.982	71258.248		
960	47.12727	7.743	9443.179	73.207	89280.966		
1200	58.90909	7.455	11266.893	70.479	106523.356		
2400	117.81818	6.660	19735.728	62.969	186592.336		
3600	176.72727	6.257	27485.990	59.156	259867.542		
10000	490.90909	5.402	64793.698	51.071	612594.960		

1.12.1.3 Использование метода интегральных соотношений (МИС)
 Расчет расхода пластовой воды на опорном контуре с использованием
 метода интегральных соотношений проводится по формулам (55), (58) и (59).

Подставляя значения *B* и  $\varkappa$  получаем, например, для t = 30 сут.: при  $\Delta P_{\text{ок}} = 0.011$  МПа

$$q_{\rm ok}(t) = 17.77 \,{\rm M}^3/{\rm Cyr.}$$

совокупный переток пластовой воды за 30 суток (*Дt*=30-20=10 сут.)

$$Q_{\rm ok}(t) = Q_{\rm ok}(t-1) + 0.5 * (q_{\rm ok}(t) + q_{\rm ok}(t-1)) * \Delta t = 1017.11 \text{ m}^3 ;$$

при  $\Delta P_{\rm ok} = 0.104$  МПа  $q_{\rm ok}(t) = 168.03 \text{ M}^3/_{\rm CYT.}$  и  $Q_{\rm ok}(t) = 9616.27 \text{ M}^3$ .

Пример расчета изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды при двух значениях постоянного перепада давления 0.011 МПа и 0.104 МПа на опорном контуре с использованием метода интегральных соотношений приведен в таблице 1.3.

Таблица 1.3 - Изменение во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды при двух значениях постоянного перепада давления 0.011 МПа и 0.104 МПа на опорном контуре с использованием метода интегральных соотношений

t, сут	fo	$\Delta \mathbf{P}_{\rm ok} = 0.0$	11 МПа	$\Delta \mathbf{P}_{o\kappa}$ =	= 0. 104 МПа
		$q_{_{OK}}(t)$ , $M^3/_{CYT}$	$\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}), \mathbf{m}^{3}$	$q_{_{OK}}(t)$ , $M^3/_{CYT}$	$\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}),$ м <sup>3</sup>
1	0.04909	121.327	121.327	1147.096	1147.096
5	0.25036	36.160	436.303	341.881	4125.049
10	0.27000	26.416	592.745	249.753	5604.134
20	1.03091	20.342	826.536	192.325	7814.522
30	1.47273	17.772	1017.106	168.025	9616.272
60	2.94545	14.444	1500.343	136.561	14185.063
180	8.83636	10.903	3021.175	103.085	28563.833
360	17.67273	9.347	4843.714	88.373	45795.112
540	26.50909	8.602	6459.106	81.324	61067.910
720	35.34545	8.132	7965.104	76.881	75306.433
960	47.12727	7.704	9865.390	72.838	93272.778
1200	58.90909	7.398	11677.666	69.947	110407.024
2400	117.81818	6.571	20059.192	62.125	189650.545
3600	176.72727	6.159	27697.204	58.231	261864.478
10000	490.90909	5.302	64372.802	50.128	608615.582

1.12.1.4 Использование метода последовательной смены стационарных состояний (МПССС)

Расход пластовой воды на опорном контуре с использованием метода последовательной смены стационарных состояний определяется по формуле (67), в которой радиус подвижной границы раздела зон  $R_{\rm rp}$  выражается как  $R_{\rm rp} = 2\sqrt{\varkappa t}$ .

Подставляя значения *B* и *fo* в (67) получаем, например, для t = 36 сут.: при  $\Delta P_{\text{ок}} = 0.011$  МПа расход воды

$$q_{\rm oK}(t) = B \frac{P_{\rm H} - P_{\rm oK}}{\ln \frac{R_{\rm rp}(t)}{R_{\rm oK}}} = B \frac{P_{\rm H} - P_{\rm oK}}{\ln \frac{2\sqrt{\varkappa t}}{R_{\rm oK}}} = B \frac{\Delta P_{\rm oK}}{\ln 2\sqrt{fo}} = 18.31 \,{\rm M}^3/{\rm CyT} \,,$$

совокупный переток пластовой воды за 36 суток ( $\Delta t$ =36-26=10 сут.)

$$Q_{\rm ok}(t) = Q_{\rm ok}(t-1) + 0.5 * (q_{\rm ok}(t) + q_{\rm ok}(t-1)) * \Delta t = 3292.683 + 0.5 * (18.311 + 21.966) * 10 = 3494.066 \,\mathrm{m}^3 ;$$

при  $\Delta P_{0\kappa} = 0.104$  МПа

$$q_{\rm ok}(t) = 173.12 \,{}^{\rm M}{}^3/_{\rm CYT}$$
и  $Q_{\rm ok}(t) = 33034.804 \,{}^{\rm M}{}^3$ .

Пример расчета изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды при двух значениях постоянного перепада давления 0.011 МПа и 0.104 МПа на опорном контуре с использованием метода последовательной смены стационарных состояний приведен в таблице 1.4.

Как видно из таблицы 1.4, МПССС дает значительные отклонения от точного решения (таблица 1.1) на начальном временном интервале продолжительностью 6 суток. При этом в течение первых 5 суток этот метод дает отрицательные - нефизичные значения расхода и совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре, соответствующие не притоку при депрессии, а оттоку воды во внешнюю водоносную область пласта. Если в расчетах не учитывать начальный период и за начало отсчета принимать 7-ые сутки, то, как будет показано в следующем разделе, результаты расчетов  $q_{ok}(t^*)$  и  $Q_{ok}(t^*)$  по МПССС могут иметь приемлемое приближение к точному решению Эвердингена-Херста.

Таблица 1.4 - Изменение во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды при двух значениях постоянного перепада давления 0.011 МПа и 0.104 МПа на опорном контуре с использованием метода последовательной смены стационарных состояний

<i>t</i> , сут	fo	<i>t</i> *, сут.	Δ <b>Ρ</b> <sub>ок</sub>	= 0.011 MI	Та	$P_{\rm ok} = 0.104  \rm Mm$	Па	
			$q_{_{\rm OK}}(t)$ , ${}^{\rm M}{}^3/_{\rm CYT}$	$\boldsymbol{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(t),\mathrm{m}^{3}$	$\boldsymbol{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(t^*)$ , m <sup>3</sup>	$q_{_{\rm OK}}(t)$ , ${}^{\rm M}{}^3/_{\rm CYT}$	${oldsymbol{Q}}_{_{ m OK}}(t),{ m M}^3$	$oldsymbol{Q}_{_{ m OK}}(t^*)$ , ${ m M}^3$
1	0,049091		-22,000	-22,000		-207,999	-207,999	
5	0,24546		-1951,846	-3969,69		-18453,813	-37531,623	
5,1	0,25036		24606,663	-2836,95		232644,809	-26822,074	
5,5	0,27000		465,303	2177,443		4399,229	20586,734	
6	0,29455		218,394	2348,367		2064,820	22202,747	
7	0,34364	1	112,569	2513,849	112,569	1064,291	23767,302	1064,291
11	0,54000	5	46,501	2831,99	430,710	439,648	26775,179	4072,168
16	0,78546	10	31,281	3026,447	625,167	295,752	28613,679	5910,667
26	1,27637	20	21,966	3292,683	891,403	207,677	31130,819	8427,807
36	1,76728	30	18,311	3494,066	1092,786	173,120	33034,804	10331,792
66	3,24001	60	13,978	3978,405	1577,125	132,160	37614,014	14911,002
186	9,13093	180	9,953	5414,304	3013,024	94,103	51189,785	28486,773
366	17,96731	360	8,377	7064,032	4662,752	79,202	66787,215	44084,203
546	26,80369	540	7,660	8507,412	6106,132	72,426	80433,713	57730,701
726	35,64007	720	7,220	9846,676	7445,396	68,265	93095,845	70392,834
966	47,42191	960	6,827	11532,37	9131,094	64,548	109033,353	86330,342
1206	59,20375	1200	6,550	13137,64	10736,362	61,928	124210,438	101507,426
2406	118,11295	2400	5,815	20556,95	18155,666	54,982	194356,584	171653,572
3606	177,02215	3600	5,457	27320,33	24919,048	51,592	258301,280	235598,269
10006	491,20455	10000	4,722	59894,15	57492,865	44,649	566271,917	543568,906

1.12.1.5 Сравнительный анализ результатов расчетов, полученных с использованием частных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации

Сводные результаты расчетов изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды для двух вариантов постоянного перепада давления на опорном контуре, полученные с использованием точного решения Эвердингена-Херста и приближенными методами - ЭМ, МИС, МПССС, представлены в таблицах 1.5, 1.6 и на рисунках 1.6 – 1.9.

В таблицах 1.5 и 1.6 приведены также отклонения приближенных решений совокупного перетока пластовой воды от точного решения:

$$\begin{split} &\Delta(Q_{\rm ok}(t))_{\rm \tiny {\rm \tiny 3M}} = \ Q_{\rm ok}(t)_{\rm \tiny {\rm \tiny 3M}} - Q_{\rm ok}(t)_{\rm \tiny {\rm Tp}} \ ; \\ &\Delta(Q_{\rm ok}(t))_{\rm \tiny {\rm MUC}} = Q_{\rm ok}(t)_{\rm \tiny {\rm MUC}} - Q_{\rm ok}(t)_{\rm \tiny {\rm Tp}} \ ; \\ &\Delta(Q_{\rm ok}(t))_{\rm \tiny {\rm MICCC}} = \ Q_{\rm ok}(t)_{\rm \tiny {\rm MICCC}} - Q_{\rm ok}(t)_{\rm \tiny {\rm Tp}} \ . \end{split}$$

Для оценки точности результатов расчетов приближенными методами воспользуемся следующими показателями:

1) корень квадратный из среднеквадратичного отклонения

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\Delta(Q_{\text{OK}}(t))_i)^2}{n}},$$

где *n* – количество расчетных интервалов времени (*i*=1,2,3,...*n*); 2) коэффициент корреляции Пирсона

$$Pearson = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Q_{\text{OK}}(t)_{\text{TP}\_i} - Q_{\text{OK}}(t)_{\text{TP}\_\text{CP}}) (Q_{\text{OK}}(t)_{(\text{Прибл.метод})\_i} - Q_{\text{OK}}(t)_{(\text{Прибл.метод})\_\text{CP}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (Q_{\text{OK}}(t)_{\text{TP}\_i} - Q_{\text{OK}}(t)_{\text{TP}\_\text{CP}})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (Q_{\text{OK}}(t)_{(\text{Прибл.метоd})\_i} - Q_{\text{OK}}(t)_{(\text{Прибл.метоd})\_\text{CP}})^2}}}$$

где  $Q_{\text{ок}}(t)_{\text{тр}_i}$  – совокупный переток пластовой воды на i-ом шаге, полученный с помощью точного решения;

 $Q_{\text{ок}}(t)_{(\text{прибл.метод})_i}$  - совокупный переток пластовой воды на i-ом шаге, полученный с помощью приближенного метода (ЭМ, МИС, МПССС);

 $Q_{0\kappa}(t)_{\text{тр_ср}} = \frac{1}{n} \sum_{i}^{n} Q_{0\kappa}(t)_{\text{тр}_{i}}$  – среднеарифметическое значение совокупного перетока пластовой воды, полученного с помощью точного решения;

 $Q_{\text{ок}}(t)_{(\text{прибл.метод})_{\text{ср}}} = \frac{1}{n} \sum_{i}^{n} Q_{\text{ок}}(t)_{(\text{прибл.метод})_{i}}$  - среднеарифметическое значение совокупного перетока пластовой воды, полученного с помощью приближенного метода (ЭМ, МИС, МПССС).

3) коэффициент детерминации (R-квадрат)

$$R^{2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} (\Delta(Q_{\text{OK}}(t))_{i})^{2}}{\sum_{i=1}^{n} (Q_{\text{OK}}(t)_{i} - Q_{\text{OK}}(t)_{\text{cp}})^{2}};$$

4) средняя абсолютная процентная ошибка

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{|\Delta(Q_{\text{oK}}(t))_i|}{Q_{\text{oK}}(t)_i}$$



Рисунок 1.6 - Результаты расчетов изменения во времени расхода пластовой воды при постоянном перепаде давления  $\Delta P$ =0.011 МПа на опорном контуре

Таблица 1.5 - Результаты расчетов изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды при постоянном перепаде давления 0.011 МПа на опорном контуре, полученные точным и приближенными методами

		Точное ре	ешение		ЭМ			МИС		МПССС (для t*)			
t, сут	fo	$\mathbf{q}_{\mathrm{ok}}$ . (t), $^{\mathrm{M}3}/_{\mathrm{CyT}}$	$\mathbf{Q}_{_{OK}}(\mathbf{t}),$ <sup>M</sup> <sup>3</sup>	$\mathbf{q}_{\mathrm{ok}}(\mathbf{t}),$ $M^{3}/_{\mathrm{CYT}}$	$\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}),$ м $^3$	$\Delta({\displaystyle \underset{M^{3}}{\boldsymbol{Q}}_{_{OK}}(t)})_{_{\mathcal{H}}},$	$\mathbf{q}_{\mathrm{ok}}(\mathbf{t}), \mathrm{M}^{3}/_{\mathrm{CYT}}$	$\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}),$	$\Delta(\mathbf{Q}_{_{OK}}(t))_{_{MИС}},$ м <sup>3</sup>	$\mathbf{q}_{\mathrm{ok}}(\mathbf{t}),$ $\mathbf{M}^{3}/_{\mathrm{CYT}}$	$Q^*_{\scriptscriptstyle OK}({f t}), \ M^3$	$\Delta({oldsymbol{Q}}^*_{_{ m OK}}({f t}))_{_{ m M\PiCC}}, \ {_{ m M}}^3$	
1	0.04909	90.43	90.43	54.37	54.37	-36.06	121.33	121.33	30.90	112.57	112.57	22.14	
5	0.24545	36.04	234.58	28.93	220.98	-13.60	36.16	436.30	201.72	46.50	430.71	196.13	
10	0.49091	25.71	363.12	22.80	350.30	-12.82	26.42	592.75	229.62	31.28	625.17	262.05	
20	0.98182	20.76	570.69	18.38	556.21	-14.47	20.34	826.54	255.85	21.97	891.40	320.72	
30	1.47273	17.79	748.54	16.37	729.97	-18.57	17.77	1017.11	268.57	18.31	1092.79	344.25	
60	2.94545	15.17	1203.73	13.66	1180.38	-23.35	14.44	1500.34	296.61	13.98	1577.13	373.40	
180	8.83636	11.87	2628.66	10.63	2637.83	9.16	10.90	3021.18	392.51	9.95	3013.02	384.36	
360	17.67273	9.71	4376.26	9.25	4427.69	51.44	9.35	4843.71	467.46	8.38	4662.75	286.49	
540	26.50909	8.64	5930.92	8.58	6032.30	101.39	8.60	6459.11	528.19	7.66	6106.13	175.22	
720	35.34545	8.04	7377.19	8.14	7536.93	159.74	8.13	7965.10	587.92	7.22	7445.40	68.21	
960	47.12727	7.57	9195.06	7.74	9443.18	248.12	7.70	9865.39	670.33	6.83	9131.09	-63.97	
1200	58.90909	7.20	10923.54	7.46	11266.89	343.35	7.40	11677.67	754.12	6.55	10736.36	-187.18	
2400	117.8182	6.56	18794.55	6.66	19735.73	941.18	6.57	20059.19	1264.65	5.82	18155.67	-638.88	
3600	176.7273	5.96	25949.62	6.26	27485.99	1536.38	6.16	27697.20	1747.59	5.46	24919.05	-1030.57	
10000	490.9091	5.23	59446.91	5.40	64793.70	5346.79	5.30	64372.80	4925.89	4.72	57492.87	-1954.05	

Таблица 1.6 - Результаты расчетов изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды при постоянном перепаде давления 0.104 МПа на опорном контуре, полученные точным и приближенными методами

		Точное ре	шение	ЭМ				МИС		МПССС (для t*)			
t, сут	fo	$\mathbf{q}_{\mathrm{ok}}$ . (t), $M^{3}/_{\mathrm{CYT}}$	$\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}),$	$q_{\rm ok}(t), \frac{M^3}{CYT}$	$\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}),$ M <sup>3</sup>	$\Delta(\mathbf{Q}_{_{OK}}(\mathbf{t}))_{_{\mathcal{H}}},$	$\mathbf{q}_{\mathrm{ok}}(\mathbf{t}), \mathrm{M}^{3}/_{\mathrm{CYT}}$	$\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}),$	$\Delta(\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}))_{_{\mathrm{MHC}}}, M^3$	$\mathbf{q}_{\mathrm{ok}}(\mathbf{t}),$ $M^{3}/_{\mathrm{CYT}}$	$Q^*_{_{ m OK}}({ m t}),$	$\Delta({oldsymbol{Q}}_{_{ m OK}}^*({f t}))_{_{ m M\PiCC'}}{_{ m M}}^3$	
1	0.04909	854.96	854.96	514.06	514.06	-340.90	1147.10	1147.10	292.14	1064.29	1064.29	209.33	
5	0.24545	340.72	2217.84	273.52	2089.22	-128.62	341.88	4125.05	1907.21	439.65	4072.17	1854.33	
10	0.49091	243.06	3433.15	215.58	3311.97	-121.19	249.75	5604.13	2170.98	295.75	5910.67	2477.51	
20	0.98182	196.24	5395.57	173.78	5258.74	-136.83	192.33	7814.52	2418.95	207.68	8427.81	3032.23	
30	1.47273	214.56	7077.07	154.78	6901.52	-175.55	168.03	9616.27	2539.21	173.12	10331.79	3254.73	
60	2.94545	143.46	11380.71	129.12	11159.96	-220.75	136.56	14185.06	2804.36	132.16	14911.00	3530.30	
180	8.83636	112.27	24852.82	100.54	24939.46	86.64	103.09	28563.83	3711.01	94.10	28486.77	3633.95	
360	17.67273	91.79	41375.53	87.49	41861.83	486.30	88.37	45795.11	4419.59	79.20	44084.20	2708.68	
540	26.50909	81.66	56074.11	81.08	57032.66	958.55	81.32	61067.91	4993.80	72.43	57730.70	1656.59	
720	35.34545	75.97	69747.95	76.98	71258.25	1510.30	76.88	75306.43	5558.49	68.27	70392.83	644.89	
960	47.12727	71.61	86935.15	73.21	89280.97	2345.82	72.84	93272.78	6337.63	64.55	86330.34	-604.81	
1200	58.90909	68.09	103277.14	70.48	106523.36	3246.22	69.95	110407.02	7129.88	61.93	101507.43	-1769.71	
2400	117.8182	62.01	177693.90	62.97	186592.34	8898.44	62.13	189650.55	11956.64	54.98	171653.57	-6040.33	
3600	176.7273	56.37	245341.82	59.16	259867.54	14525.73	58.23	261864.48	16522.66	51.59	235598.27	-9743.55	
10000	490.9091	49.49	562043.52	51.07	612594.96	50551.44	50.13	608615.58	46572.06	44.65	543568.91	-18474.61	



Рисунок 1.7 - Результаты расчетов изменения во времени совокупного перетока пластовой воды при постоянном перепаде давления ΔР=0.011 МПа на опорном контуре



Рисунок 1.8 - Результаты расчетов изменения во времени расхода пластовой воды при постоянном перепаде давления  $\Delta P$ =0.104 МПа на опорном контуре



Рисунок 1.9 - Результаты расчетов изменения во времени совокупного перетока пластовой воды при постоянном перепаде давления ∆Р=0.104 МПа на опорном контуре

Оценка точности результатов расчетов приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды для двух вариантов постоянного перепада давления на опорном контуре с использованием предложенных показателей представлена в таблице 1.7.

Таблица 1.7 - Оценка точности результатов расчетов приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды для двух вариантов постоянного перепада давления на опорном контуре

Наименование показателя	ЭМ	МИС	МПССС (для t*)		
	$\Delta \mathbf{P}_{\rm ok} = 0.01$	1 МПа			
RMSE, M <sup>3</sup>	1461.85	1443.44	635.68		
Pearson, д.ед.	0.9999	1.0000	0.9999		
R-квадрат, д.ед.	0.9906	0.9909	0.9982		
MAPE, %	5.82	24.48	23.44		
	$\Delta \mathbf{P}_{\rm ok} = 0.10$	4 МПа	1		
RMSE, м <sup>3</sup>	13821.14	13647.11	6010.02		
Pearson, д.ед.	0.9999	1.0000	0.9999		
R-квадрат, д.ед.	0.9906	0.9909	0.9982		
MAPE, %	5.82	24.48	23.44		

Значения коэффициентов корреляции Пирсона близки к 1, что позволяет говорить о том, что решения, полученные приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) линейно зависимы от точного решения.

Значения коэффициентов детерминации (R-квадрат) также близки к 1, что указывает на то, что приближенные методы могут быть использованы с высокой точностью в качестве частных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации.

Значения средней абсолютной процентной ошибки (МАРЕ) показывают следующее:

- ошибка решения, полученного ЭМ, составляет 5.82 %,

ошибка решения, полученного МИС, составляет 24.5%, при этом для t < 180 сут. наблюдаются наименьшая точность расчётов (ошибка составляет 43.38 %).</li>
 Наибольшая точность обеспечивается для t > 180 сут. (ошибка составляет 8 %),

ошибка решения, полученного МПССС, составляет 23.4%, при этом для t\*<</li>
 180 сут. наблюдаются наименьшая точность расчётов (ошибка составляет 46.87 %).
 Наибольшая точность обеспечивается для t\* > 180 сут. (ошибка составляет 3 %).

Таким образом, эвристический метод на всем расчетном периоде времени показывает наиболее высокую точность расчетов, которая составляет 94.18 %.

1.12.2 Расчет изменения расхода и совокупного перетока пластовой воды при монотонном изменении (падении) давления на опорном контуре

Рассмотрим расчет изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды при монотонном изменении (падении) давления на опорном контуре. Пусть задано изменение пластового давления на опорном контуре в течение 720 суток, согласно таблице 1.8 и рисунку 1.10:



Рисунок 1.10 - Монотонное изменение (падение) во времени пластового давления на опорном контуре

1.12.2.1 Использование метода суперпозиции Эвердингена-Херста частных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации

Расчеты проведены по формуле (12) методом суперпозиции частных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации. В качестве частных решений использовалось точное решение Эвердингена-Херста и приближенные решения ЭМ (47), МИС (58, 59) и МПССС (67).

В расчетах согласно рисунку 1.4 принималось:

$$\begin{split} \Delta P_{\text{ок}\,j-1} &= (P_{\text{ок}j-2} - P_{\text{ок}j})/2, \text{ при j=1,2} \\ P_{\text{ок}j-2} &= P_{\text{H}} - \text{для точного решения;} \\ \Delta P_{\text{ок}\,j} &= (P_{\text{ок\_нач}} - P_{\text{ок}j}) - \text{для приближенных решений;} \\ \text{fo}_n - \text{fo}_{j-1} &= \frac{\varkappa}{R_{\text{ок}}^2} (t_n - t_{j-1}), t_0 = 0 \quad (\text{j=1,2,3,...,n}). \end{split}$$

Результаты расчетов методом суперпозиции изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды с использованием точного и приближенных решений представлены в таблице 1.8 и на рисунках 1.11, 1.12 (шаг расчетов 30 суток).

Оценка точности результатов расчетов совокупного перетока пластовой воды с шагом 30 суток методом суперпозиции приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) при монотонном изменении давления на опорном контуре с использованием предложенных показателей представлена в таблице 1.9.



Рисунок 1.11 - Изменение во времени расхода пластовой воды на опорном контуре, рассчитанного методом суперпозиции (шаг расчетов 30 суток)



Рисунок 1.12 - Изменение во времени совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре, рассчитанного методом суперпозиции (шаг расчетов 30 суток)

		Точное	е решение		ЭМ			МИС			МПССС (д	ПССС (для t*)		
Р <sub>ок</sub> , МПа	t, cyт	$q_{_{OK}}(t),$ $M^3/_{CYT}$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$q_{_{OK}}(t),$ $M^{3}/_{CYT}$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$\Delta(\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}))_{_{\mathrm{SM}}},$ M3	$q_{_{OK}}(t),$ $M^3/_{CYT}$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$\Delta(\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}))_{_{\mathrm{MHC}'}}$ м3	$q_{_{OK}}(t),$ $M^3/_{CYT}$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$\Delta(\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}))_{_{\mathrm{MIICCC}'}}$		
11.898	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
11.877	30	24.00	720.11	30.63	918.85	198.74	33.25	997.49	277.38	41.13	1233.91	513.80		
11.869	60	46.50	2115.16	37.22	2035.40	-79.76	39.69	2188.18	73.03	41.83	2488.94	373.79		
11.857	90	52.81	3699.47	50.42	3548.00	-151.47	53.51	3793.42	93.94	56.30	4177.89	478.42		
11.846	120	65.43	5662.33	61.19	5383.79	-278.53	64.58	5730.83	68.51	66.08	6160.43	498.10		
11.827	150	84.30	8191.36	83.30	7882.75	-308.61	87.95	8369.21	177.85	91.51	8905.75	714.39		
11.811	180	104.79	11334.96	98.78	10846.20	-488.76	103.84	11484.28	149.32	105.00	12055.75	720.79		
11.788	210	126.29	15123.72	124.03	14567.11	-556.61	130.33	15394.04	270.31	132.76	16038.50	914.78		
11.771	240	145.83	19498.57	138.39	18718.67	-779.90	144.73	19735.91	237.34	143.26	20336.22	837.65		
11.751	270	160.37	24309.57	157.39	23440.48	-869.09	164.29	24664.64	355.07	162.35	25206.76	897.19		
11.746	300	161.91	29166.73	153.66	28050.24	-1116.49	159.08	29436.93	270.20	149.87	29702.72	535.99		
11.728	330	166.92	34174.21	171.97	33209.22	-964.99	178.27	34784.90	610.68	172.86	34888.39	714.18		
11.703	360	196.53	40070.02	198.61	39167.38	-902.64	206.21	40971.23	901.21	202.18	40953.81	883.79		
11.691	390	209.58	46357.30	203.82	45282.09	-1075.21	210.59	47288.89	931.59	199.97	46952.94	595.64		
11.677	420	211.53	52703.33	213.84	51697.39	-1005.93	220.51	53904.10	1200.77	209.23	53229.75	526.42		
11.657	450	227.90	59540.27	232.76	58680.25	-860.02	240.11	61107.33	1567.05	229.82	60124.28	584.01		
11.638	480	246.59	66938.05	248.83	66145.26	-792.79	256.43	68800.27	1862.22	244.30	67453.34	515.30		
11.626	510	253.17	74533.01	254.27	73773.32	-759.69	261.18	76635.78	2102.76	244.88	74799.72	266.71		
11.616	540	252.81	82117.37	258.15	81517.84	-599.53	264.47	84569.91	2452.54	246.13	82183.73	66.36		
11.606	570	255.01	89767.69	263.04	89409.08	-358.61	268.99	92639.64	2871.94	249.62	89672.40	-95.29		
11.594	600	261.36	97608.44	271.34	97549.30	-59.14	277.27	100957.70	3349.26	257.74	97404.67	-203.77		
11.576	630	276.42	105901.14	288.20	106195.28	294.14	294.80	109801.75	3900.62	276.60	105702.58	-198.56		
11.556	660	296.73	114803.08	306.49	115389.91	586.83	313.68	119212.16	4409.09	295.03	114553.61	-249.47		
11.543	690	306.68	124003.55	313.40	124791.82	788.27	320.07	128814.28	4810.73	297.37	123474.80	-528.74		
11.533	720	306.74	133205.86	316.97	134300.94	1095.08	323.02	138504.96	5299.10	297.95	132413.38	-792.48		

Таблица 1.9 - Оценка точности результатов расчетов приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды при монотонном изменении давления на опорном контуре, рассчитанного методом суперпозиции (шаг расчетов 30 суток)

Наименование показателя	ЭМ	МИС	МПССС (для t*)
RMSE, м <sup>3</sup>	692.90	2242.12	572.93
Pearson, д.ед.	0.9999	1.0000	1.0000
R-квадрат, д.ед.	0.9997	0.9971	0.9998
MAPE, %	3.33	4.01	6.34

Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{\rm ЭМ}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{\rm MUC}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{\rm MICCC}}$  приведена на рисунке 1.13 (шаг расчетов 30 суток).



Рисунок 1.13 - Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{ЭМ}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{MUC}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{MIICC}}$  (шаг расчетов 30 суток)

Результаты расчетов методом суперпозиции изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды с использованием точного и приближенных решений при уменьшении шага расчетов до 10 суток представлены в таблице 1.10 и на рисунках 1.14, 1.15.

Таблица 1.10 - Результаты расчетов методом суперпозиции изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды (шаг расчетов 10 суток)

		Точное	ерешение		ЭМ		МИС				МПССС (для t*)			
Р <sub>ок</sub> ,	t,	$q_{_{OK}}(t),$	0 (t).	$q_{oK}(t),$	0 (t).	$\Delta(Q_{or}(t))$ ,	$q_{oK}(t),$	0 (t).	$\Delta(Q_{or}(t))$ ,	$q_{oK}(t),$	0 (t).	$\Delta(Q_{ar}(t))$ ,		
MIIa	Cyl	$M^3/CVT$	м3	$M^3/CVT$	м3	м3	$M^3/CVT$	мЗ	м3	$M^3/CVT$	мЗ	м3		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		
11.898	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
11.889	10	15.92	159.18	18.28	182.83	23.64	21.18	211.81	52.63	40.15	401.52	242.33		
11.882	20	36.43	523.46	28.96	472.40	-51.06	32.78	539.66	16.20	48.85	890.02	366.56		
11.877	30	42.49	948.36	34.75	819.86	-128.49	38.70	926.69	-21.67	50.70	1397.04	448.68		
11.873	40	45.00	1398.34	38.67	1206.54	-191.80	42.59	1352.59	-45.75	52.11	1918.17	519.83		
11.869	50	47.94	1877.72	42.88	1635.32	-242.41	46.91	1821.74	-55.99	55.97	2477.90	600.18		
11.869	60	44.74	2325.17	39.00	2025.28	-299.89	41.89	2240.66	-84.51	42.15	2899.36	574.19		
11.866	70	43.33	2758.43	42.76	2452.85	-305.58	46.07	2701.34	-57.09	51.72	3416.57	658.14		
11.866	80	43.34	3191.80	39.90	2851.89	-339.90	42.42	3125.56	-66.24	41.66	3833.18	641.38		
11.857	90	54.36	3735.44	56.36	3415.48	-319.96	61.37	3739.25	3.81	78.95	4622.69	887.25		
11.855	100	63.95	4374.96	55.50	3970.51	-404.45	59.56	4334.82	-40.14	63.32	5255.91	880.95		
11.846	110	71.07	5085.63	70.29	4673.36	-412.26	76.29	5097.67	12.05	93.98	6195.70	1110.07		
11.846	120	73.98	5825.43	64.48	5318.19	-507.24	68.66	5784.24	-41.19	67.90	6874.72	1049.29		
11.841	130	71.16	6537.02	71.34	6031.61	-505.41	76.34	6547.62	10.60	84.79	7722.64	1185.62		
11.831	140	89.51	7432.12	87.36	6905.18	-526.94	94.35	7491.10	58.98	113.35	8856.13	1424.00		
11.827	150	97.97	8411.81	88.84	7793.61	-618.20	95.05	8441.59	29.78	101.93	9875.39	1463.57		
11.819	160	102.54	9437.21	99.71	8790.71	-646.50	107.00	9511.60	74.39	121.39	11089.26	1652.05		
11.812	170	113.66	10573.84	107.35	9864.19	-709.65	114.95	10661.12	87.29	127.19	12361.19	1787.36		
11.811	180	109.76	11671.47	102.64	10890.55	-780.92	108.62	11747.33	75.86	107.76	13438.83	1767.37		
11.806	190	107.85	12749.94	108.23	11972.86	-777.08	114.74	12894.70	144.75	120.96	14648.39	1898.45		
11.797	200	122.50	13974.96	121.29	13185.79	-789.17	129.29	14187.60	212.64	143.72	16085.60	2110.64		
11.788	210	137.89	15353.86	132.58	14511.59	-842.28	141.42	15601.76	247.90	156.08	17646.39	2292.53		
11.787	220	134.80	16701.90	126.80	15779.57	-922.34	133.67	16938.48	236.58	131.27	18959.13	2257.22		

## Продолжение таблицы 1.10

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
11.778	230	137.63	18078.24	139.92	17178.72	-899.52	148.46	18423.11	344.87	161.36	20572.73	2494.48
11.771	240	151.66	19594.89	146.89	18647.67	-947.21	155.62	19979.28	384.40	164.56	22218.29	2623.40
11.763	250	158.95	21184.37	155.86	20206.28	-978.09	165.13	21630.60	446.22	175.67	23974.99	2790.61
11.761	260	157.48	22759.15	152.12	21727.44	-1031.71	159.84	23228.98	469.83	157.35	25548.52	2789.37
11.751	270	163.61	24395.21	166.69	23394.33	-1000.88	176.25	24991.51	596.30	189.27	27441.17	3045.96
11.75	280	166.76	26062.86	160.69	25001.26	-1061.60	168.28	26674.29	611.43	162.64	29067.54	3004.68
11.746	290	160.11	27663.97	163.39	26635.17	-1028.81	171.02	28384.47	720.50	170.17	30769.29	3105.32
11.746	300	156.99	29233.91	157.84	28213.56	-1020.35	164.09	30025.39	791.48	154.36	32312.91	3079.00
11.744	310	152.12	30755.15	157.99	29793.44	-961.71	164.10	31666.42	911.27	157.55	33888.42	3133.27
11.735	320	165.53	32410.42	172.35	31516.97	-893.46	180.50	33471.46	1061.04	188.37	35772.07	3361.64
11.728	330	180.65	34216.96	180.03	33317.26	-899.70	188.56	35357.07	1140.11	192.90	37701.03	3484.07
11.722	340	185.25	36069.41	185.34	35170.63	-898.78	193.89	37296.01	1226.59	195.87	39659.75	3590.34
11.713	350	194.84	38017.83	196.84	37138.99	-878.84	206.47	39360.70	1342.87	214.27	41802.46	3784.63
11.703	360	209.61	40113.92	209.14	39230.42	-883.50	219.74	41558.06	1444.14	229.61	44098.53	3984.61
11.702	370	206.30	42176.96	202.17	41252.17	-924.80	210.52	43663.31	1486.35	201.24	46110.94	3933.98
11.695	380	203.74	44214.41	210.37	43355.89	-858.52	219.60	45859.31	1644.90	221.23	48323.21	4108.80
11.691	390	209.74	46311.80	211.33	45469.21	-842.59	219.95	48058.82	1747.03	215.13	50474.54	4162.74
11.69	400	203.21	48343.91	206.99	47539.09	-804.82	214.35	50202.37	1858.46	202.41	52498.62	4154.71
11.68	410	212.40	50467.93	222.44	49763.47	-704.46	231.99	52522.23	2054.30	237.97	54878.29	4410.36
11.677	420	220.79	52675.86	220.85	51971.93	-703.93	229.20	54814.21	2138.34	221.07	57089.01	4413.15
11.667	430	227.03	54946.16	235.07	54322.64	-623.53	245.17	57265.89	2319.73	250.75	59596.50	4650.33
11.666	440	229.27	57238.85	228.84	56611.04	-627.81	236.94	59635.28	2396.44	223.89	61835.42	4596.57
11.657	450	231.22	59551.08	241.47	59025.72	-525.36	251.20	62147.32	2596.24	253.53	64370.76	4819.68
11.651	460	243.02	61981.28	245.90	61484.72	-496.56	255.44	64701.73	2720.46	251.76	66888.35	4907.07
11.648	470	240.06	64381.88	244.58	63930.51	-451.37	253.15	67233.28	2851.40	242.53	69313.68	4931.80
11.638	480	248.73	66869.14	258.71	66517.64	-351.49	269.05	69923.79	3054.65	272.20	72035.73	5166.59
11.638	490	249.16	69360.77	250.31	69020.79	-339.98	258.32	72506.96	3146.19	240.75	74443.21	5082.43
11.631	500	246.55	71826.26	259.13	71612.12	-214.14	268.26	75189.56	3363.30	263.81	77081.33	5255.07

# Продолжение таблицы 1.10

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
11.626	510	255.64	74382.68	262.37	74235.78	-146.90	271.30	77902.60	3519.91	262.76	79708.88	5326.19
11.622	520	255.66	76939.28	263.81	76873.89	-65.38	272.36	80626.23	3686.96	261.18	82320.70	5381.43
11.618	530	256.07	79499.99	265.72	79531.06	31.07	274.06	83366.79	3866.80	262.26	84943.27	5443.28
11.616	540	254.06	82040.55	263.77	82168.75	128.20	271.31	86079.90	4039.34	254.79	87491.22	5450.66
11.61	550	257.57	84616.27	270.86	84877.37	261.09	279.22	88872.08	4255.81	270.40	90195.22	5578.94
11.61	560	256.26	87178.85	264.63	87523.69	344.84	271.41	91586.14	4407.29	250.01	92695.36	5516.52
11.606	570	253.10	89709.80	268.46	90208.26	498.46	275.68	94342.98	4633.18	261.65	95311.90	5602.10
11.603	580	257.28	92282.58	269.51	92903.38	620.79	276.52	97108.18	4825.59	260.36	97915.46	5632.88
11.602	590	254.03	94822.87	266.68	95570.21	747.34	272.90	99837.16	5014.29	252.18	100437.25	5614.38
11.594	600	262.06	97443.45	278.95	98359.74	916.29	286.95	102706.62	5263.17	280.38	103241.08	5797.63
11.587	610	276.77	100211.17	286.86	101228.31	1017.14	295.39	105660.50	5449.33	287.35	106114.59	5903.41
11.585	620	275.18	102962.95	284.02	104068.46	1105.51	291.34	108573.86	5610.91	272.67	108841.33	5878.38
11.576	630	281.21	105775.07	296.97	107038.21	1263.14	305.98	111633.68	5858.61	301.10	111852.30	6077.23
11.57	640	292.88	108703.84	301.71	110055.27	1351.43	310.59	114739.62	6035.78	299.81	114850.42	6146.57
11.563	650	297.33	111677.15	308.74	113142.70	1465.55	318.01	117919.77	6242.62	308.82	117938.64	6261.49
11.556	660	304.57	114722.88	315.38	116296.53	1573.65	324.91	121168.86	6445.98	315.40	121092.64	6369.76
11.551	670	307.31	117795.94	317.74	119473.88	1677.94	326.82	124437.06	6641.12	312.69	124219.55	6423.60
11.551	680	299.13	120787.22	310.56	122579.47	1792.24	317.85	127615.59	6828.37	292.44	127143.94	6356.72
11.543	690	302.43	123811.52	321.84	125797.83	1986.31	330.73	130922.87	7111.35	320.87	130352.61	6541.10
11.535	700	318.32	126994.74	330.97	129107.56	2112.82	340.57	134328.57	7333.83	331.12	133663.81	6669.07
11.535	710	313.23	130127.03	323.04	132337.94	2210.92	330.51	137633.69	7506.66	304.11	136704.88	6577.85
11.533	720	303.38	133160.80	321.86	135556.58	2395.78	328.92	140922.91	7762.11	305.26	139757.44	6596.64



Рисунок 1.14 - Изменение во времени расхода пластовой воды на опорном контуре, рассчитанное методом суперпозиции (шаг расчетов 10 суток)



Рисунок 1.15 - Изменение во времени совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре, рассчитанного методом суперпозиции (шаг расчетов 10 суток)

Оценка точности результатов расчетов, проведенных с шагом 10 суток, приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды при монотонном изменении давления на опорном контуре с использованием предложенных показателей представлена в таблице 1.11.

66

Таблица 1.11 - Оценка точности результатов расчетов приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды при монотонном изменении давления на опорном контуре, рассчитанного методом суперпозиции (шаг расчетов 10 суток)

Наименование показателя	ЭМ	МИС	МПССС (для t*)		
RMSE, $M^3$	925.7053	3335.4070	4167.8246		
Pearson, д.ед.	0.9999	1.0000	0.9999		
R-квадрат, д.ед.	0.9995	0.9933	0.9895		
MAPE, %	3.98	3.87	14.71		

Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{\mathfrak{M}\mathsf{N}}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{\mathsf{M}\mathsf{UC}}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{\mathsf{M}\mathsf{UCC}}}$ приведена на рисунке 1.16 (шаг расчетов 10 суток).



Рисунок 1.16 - Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{ЭМ}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{MUC}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{MIICC}}$  (шаг расчетов 10 суток)

Анализ оценки точности результатов расчетов (таблицы 1.9 и 1.11) приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды для двух вариантов шагов расчетов 30 и 10 суток методом суперпозиции, показывает следующее.

Значения коэффициентов корреляции Пирсона близки к 1, что позволяет говорить о том, что решения, полученные приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) линейно зависимы от точного решения.

Значения коэффициентов детерминации (R-квадрат) также близки к 1, что указывает на то, что приближенные методы могут быть использованы с высокой точностью в качестве частных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации.

Значения средней абсолютной процентной ошибки (МАРЕ) показывают следующее:

ошибка решения, полученного ЭМ, составляет 3.3% и 3.98% для шага расчета
 30 и 10 суток соответственно,

- ошибка решения, полученного МИС, составляет 4% и 3.87% для шага расчета 30 и 10 суток соответственно,

- ошибка решения, полученного МПССС, составляет 6.34% и 14.71% для шага расчета 30 и 10 суток соответственно.

Таким образом, для рассмотренного монотонного изменения во времени пластового давления на опорном контуре (рисунок 1.10) ошибка расчетов методом суперпозиции приближенных решений ЭМ и МИС не превышает 4%. Сокращение расчетного шага с 30 суток до 10 суток при использовании МИС привело к уменьшению ошибки на 0.14%, а при использовании ЭМ, МПССС, наоборот, к увеличению ошибки на 0.65% и 8.36%.

Эвристический метод при шаге расчетов 30 и 10 суток показывает наиболее высокую точность, которая составляет 96.6% и 96 %.

1.12.2.2 Использование метода интегрирования Картера-Трейси частных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации

Расчеты проведены по формуле (21) методом интегрирования частных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации. В качестве частных решений использовались точное решение Эвердингена-Херста и приближенные решения ЭМ (50), МИС (59) и МПССС (68).

В расчетах принималось

$$\Delta P_{\text{ок}j} = P_{\text{H}} - P_{j},$$

где *P*<sub>н</sub>- начальное давление, Мпа;

 $P_i$  - давление на опорном контуре, МПа.

Расход пластовой воды определялся, согласно рисунку 1.3, как:

$$q_{\text{cpw}j} = (W(t_n) - W(t_{n-1}))/(t_n - t_{n-1})$$
.

Результаты расчетов изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды методом интегрирования с использованием точного и приближенных решений при шаге 30 суток приведены в таблице 1.12 и на рисунках 1.17, 1.18.



Рисунок 1.17 - Изменение во времени расхода пластовой воды на опорном контуре, рассчитанное методом интегрирования (шаг расчетов 30 суток)

МИС Точное решение ЭМ МПССС q<sub>ок</sub>(t), <sup>м<sup>3</sup></sup>/сут q<sub>ок</sub>(t), <sup>м<sup>3</sup></sup>/сут q<sub>ок</sub>(t), <sup>м<sup>3</sup>/<sub>сут</sub></sup> q<sub>ок</sub>(t), <sup>м<sup>3</sup></sup>/сут Р<sub>ок</sub>,  $\Delta(Q_{_{OK}}(t))_{_{MHC}},$ t,  $\Delta(Q_{_{OK}}(t))_{_{_{\mathcal{H}}}},$  $\Delta(Q_{ok}(t))_{MILCCC},$  $Q_{0\kappa}(t),$  $Q_{_{OK}}(t),$  $Q_{0\kappa}(t),$  $Q_{0\kappa}(t),$ сут МΠа м3 м3 м3 м3 мЗ мЗ мЗ 11.898 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0 11.877 36.40 1.13 37.91 1137.16 45.23 37.80 1133.97 42.05 30 1091.93 36.44 1093.06 11.869 40.58 40.62 2.49 41.01 2367.59 58.30 37.46 2257.82 -51.47 60 2309.29 2311.78 11.857 3958.70 70.50 47.96 3696.77 -191.43 90 52.63 3888.20 52.69 3892.41 4.22 53.04 11.8/16 120 62 15 5752 76 62 22 5750.01 6 25 62 56 5835 54 82 77 56.00 5370 60 373 16

Таблица 1.12 - Результаты расчетов методом интегрирования изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды (шаг расчетов 30 суток)

11.040	120	02.15	5752.70	02.22	5759.01	0.23	02.30	3655.54	02.77	50.09	5579.00	-373.10
11.827	150	82.02	8213.48	82.11	8222.39	8.91	82.55	8312.09	98.61	73.86	7595.26	-618.22
11.811	180	96.12	11097.01	96.22	11109.02	12.01	96.76	11214.88	117.87	86.20	10181.39	-915.62
11.788	210	118.11	14640.40	118.24	14656.19	15.79	118.93	14782.82	142.42	105.73	13353.34	-1287.06
11.771	240	131.46	18584.16	131.60	18604.09	19.93	132.46	18756.76	172.59	117.44	16876.68	-1707.48
11.751	270	147.89	23020.77	148.04	23045.28	24.51	149.11	23230.20	209.44	131.97	20835.86	-2184.91
11.746	300	146.82	27425.32	146.96	27454.22	28.90	148.23	27677.13	251.80	130.90	24762.72	-2662.60
11.728	330	160.82	32249.92	160.98	32283.54	33.63	162.46	32551.02	301.10	143.34	29062.82	-3187.10
11.703	360	181.91	37707.23	182.09	37746.14	38.92	183.83	38066.03	358.80	162.11	33926.01	-3781.22
11.691	390	188.51	43362.60	188.69	43406.85	44.24	190.67	43786.18	423.58	167.99	38965.84	-4396.76
11.677	420	197.30	49281.70	197.48	49331.38	49.68	199.71	49777.42	495.72	175.85	44241.42	-5040.28
11.657	450	212.14	55646.00	212.33	55701.43	55.43	214.83	56222.37	576.37	189.10	49914.45	-5731.55
11.638	480	225.64	62415.29	225.84	62476.71	61.42	228.62	63080.94	665.65	201.17	55949.61	-6465.68
11.626	510	232.02	69376.02	232.22	69443.44	67.42	235.25	70138.32	762.30	206.94	62157.73	-7218.29
11.616	540	236.55	76472.64	236.75	76546.01	73.37	240.00	77338.39	865.75	211.07	68489.81	-7982.83
11.606	570	241.22	83709.38	241.42	83788.65	79.27	244.89	84685.20	975.82	215.33	74949.80	-8759.58
11.594	600	247.89	91146.10	248.09	91231.30	85.19	251.79	92238.95	1092.85	221.37	81590.99	-9555.12
11.576	630	260.16	98950.94	260.36	99042.24	91.31	264.34	100169.27	1218.34	232.39	88562.71	-10388.22
11.556	660	274.09	107173.55	274.30	107271.21	97.66	278.57	108526.51	1352.96	244.89	95909.30	-11264.24
11.543	690	281.42	115616.01	281.63	115720.05	104.04	286.15	117110.98	1494.96	251.54	103455.39	-12160.63
11.533	720	286.04	124197.20	286.25	124307.57	110.37	290.99	125840.64	1643.44	255.79	111129.06	-13068.14



Рисунок 1.18 - Изменение во времени совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре, рассчитанного методом интегрирования (шаг расчетов 30 суток)

Оценка точности результатов расчетов методом интегрирования Картера-Трейси совокупного перетока пластовой воды при монотонном изменении давления на опорном контуре приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) в сравнении с точным решением, представлена в таблице 1.13.

Таблица 1.13 - Оценка точности результатов расчетов приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды при монотонном изменении давления на опорном контуре методом интегрирования Картера-Трейси (шаг расчетов 30 суток)

Наименование коэффициента	ЭМ	МИС	МПССС		
RMSE, $M^3$	56.79	730.64	6321.39		
Pearson, д.ед.	1.000	1.0000	1.0000		
R-квадрат, д.ед.	1.000	0.9996	0.9737		
MAPE, %	0.10	1.32	8.97		

Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{\mathfrak{M}\mathsf{N}}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{\mathsf{M}\mathsf{UC}}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{\mathsf{M}\mathsf{ICCC}}}$ приведена на рисунке 1.19 (шаг расчетов 30 суток).



Рисунок 1.29 - Гистограмма отклонений  $\Delta(\boldsymbol{Q}_{ok}(\boldsymbol{t}))_{_{ЭМ}}, \Delta(\boldsymbol{Q}_{ok}(\boldsymbol{t}))_{_{MUC}}, \Delta(\boldsymbol{Q}_{ok}(\boldsymbol{t}))_{_{MICCC}}$  (шаг расчетов 30 суток)

Результаты расчетов методом интегрирования изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды с использованием точного и приближенных решений при уменьшении шага расчетов до 10 суток представлены в таблице 1.14 и на рисунках 1.20, 1.21.



Рисунок 1.20 - Изменение во времени расхода пластовой воды на опорном контуре, рассчитанное методом интегрирования (шаг расчетов 10 суток)
Таблица 1.14 - Результаты расчетов методом интегрирования изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды (шаг расчетов 10 суток)

		Точное	е решение		ЭМ			МИС		МПССС		
Рок, МПа	t, сут	q <sub>ок</sub> (t),	0 (t).	q <sub>ок</sub> (t),	0 (t).	$\Delta(Q_{au}(t))$ ,	q <sub>ок</sub> (t),	0 (t).	$\Delta(Q_{uv}(t))$	q <sub>ок</sub> (t),	0 (t).	$\Delta(Q_{av}(t))$
UK.		M <sup>3</sup> /CVT	м3	M <sup>3</sup> /CVT	м3	м3	M <sup>3</sup> /CVT	мЗ	м3	M <sup>3</sup> /CVT	мЗ	м3
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
11.898	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11.889	10	23.45	234.54	23.47	234.71	0.17	28.27	282.74	48.20	42.57	425.74	191.19
11.882	20	33.97	574.26	33.99	574.65	0.39	36.39	646.69	72.43	34.34	769.16	194.90
11.877	30	38.72	961.45	38.75	962.18	0.73	39.99	1046.57	85.11	37.40	1143.20	181.75
11.873	40	41.70	1378.46	41.74	1379.60	1.14	42.43	1470.91	92.45	39.07	1533.86	155.40
11.869	50	45.08	1829.31	45.13	1830.91	1.60	45.61	1926.97	97.66	41.70	1950.83	121.52
11.869	60	41.11	2240.42	41.16	2242.50	2.08	41.25	2339.48	99.06	36.77	2318.56	78.14
11.866	70	43.64	2676.84	43.69	2679.42	2.57	43.80	2777.45	100.60	39.14	2709.94	33.10
11.866	80	41.03	3087.10	41.07	3090.15	3.05	41.08	3188.29	101.19	36.33	3073.25	-13.85
11.857	90	53.87	3625.79	53.93	3629.43	3.64	54.15	3729.78	103.99	48.77	3560.95	-64.84
11.855	100	54.36	4169.42	54.42	4173.66	4.24	54.61	4275.88	106.47	48.93	4050.22	-119.20
11.846	110	65.94	4828.83	66.01	4833.78	4.96	66.30	4938.85	110.02	59.69	4647.14	-181.68
11.846	120	63.12	5460.08	63.19	5465.73	5.65	63.43	5573.19	113.11	56.73	5214.45	-245.62
11.841	130	68.14	6141.50	68.22	6147.89	6.40	68.49	6258.05	116.56	61.22	5826.64	-314.86
11.831	140	80.19	6943.40	80.28	6950.67	7.27	80.61	7064.16	120.76	72.21	6548.69	-394.70
11.827	150	83.13	7774.74	83.22	7782.91	8.17	83.58	7899.94	125.21	74.69	7295.62	-479.12
11.819	160	91.62	8690.98	91.72	8700.15	9.17	92.12	8821.15	130.17	82.30	8118.59	-572.39
11.812	170	98.43	9675.32	98.54	9685.57	10.24	98.98	9810.94	135.62	88.33	9001.93	-673.39
11.811	180	97.03	10645.64	97.14	10656.93	11.29	97.60	10786.98	141.34	86.88	9870.70	-774.94
11.806	190	101.12	11656.87	101.23	11669.26	12.38	101.74	11804.41	147.53	90.46	10775.31	-881.56
11.797	200	110.34	12760.25	110.46	12773.82	13.57	111.02	12914.61	154.36	98.69	11762.25	-998.00
11.788	210	119.27	13952.91	119.39	13967.76	14.86	120.02	14114.76	161.85	106.65	12828.75	-1124.16
11.787	220	117.88	15131.71	118.01	15147.82	16.11	118.68	15301.54	169.83	105.28	13881.60	-1250.11

Продолжение таблицы 1.14

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
11.778	230	126.62	16397.89	126.75	16415.35	17.46	127.49	16576.42	178.52	113.07	15012.28	-1385.61
11.771	240	132.68	17724.72	132.82	17743.58	18.87	133.62	17912.64	187.92	118.44	16196.65	-1528.06
11.763	250	139.85	19123.23	140.00	19143.57	20.34	140.87	19321.30	198.08	124.80	17444.64	-1678.58
11.761	260	139.69	20520.17	139.84	20541.97	21.80	140.77	20729.04	208.87	124.59	18690.53	-1829.64
11.751	270	149.13	22011.48	149.29	22034.83	23.36	150.30	22231.99	220.52	132.99	20020.41	-1991.06
11.75	280	147.81	23489.61	147.97	23514.49	24.88	149.04	23722.42	232.81	131.76	21338.00	-2151.61
11.746	290	150.12	24990.81	150.27	25017.22	26.41	151.42	25236.63	245.82	133.78	22675.83	-2314.99
11.746	300	147.85	26469.36	148.00	26497.26	27.90	149.21	26728.78	259.42	131.73	23993.12	-2476.24
11.744	310	148.02	27949.54	148.17	27978.91	29.37	149.44	28223.19	273.65	131.86	25311.67	-2637.87
11.735	320	156.15	29511.05	156.31	29541.96	30.92	157.66	29799.79	288.74	139.10	26702.65	-2808.39
11.728	330	161.90	31130.05	162.06	31162.57	32.52	163.49	31434.71	304.66	144.21	28144.79	-2985.26
11.722	340	166.46	32794.68	166.63	32828.84	34.15	168.14	33116.08	321.40	148.27	29627.51	-3167.17
11.713	350	174.28	34537.51	174.45	34573.37	35.86	176.05	34876.59	339.08	155.23	31179.85	-3357.66
11.703	360	183.07	36368.23	183.25	36405.88	37.65	184.94	36726.02	357.79	163.06	32810.42	-3557.81
11.702	370	181.98	38188.01	182.15	38227.41	39.40	183.92	38565.19	377.18	162.09	34431.27	-3756.73
11.695	380	187.43	40062.27	187.61	40103.47	41.20	189.46	40459.77	397.50	166.94	36100.67	-3961.60
11.691	390	189.62	41958.44	189.80	42001.45	43.00	191.73	42377.06	418.62	168.90	37789.64	-4168.80
11.69	400	188.64	43844.89	188.82	43889.66	44.77	190.82	44285.28	440.39	168.05	39470.11	-4374.78
11.68	410	197.22	45817.14	197.41	45863.76	46.62	199.51	46280.37	463.24	175.69	41226.99	-4590.14
11.677	420	198.37	47800.81	198.55	47849.27	48.46	200.73	48287.66	486.84	176.72	42994.22	-4806.60
11.667	430	206.82	49868.97	207.01	49919.34	50.37	209.29	50380.54	511.57	184.25	44836.70	-5032.28
11.666	440	205.86	51927.61	206.05	51979.86	52.25	208.40	52464.55	536.94	183.43	46670.96	-5256.65
11.657	450	213.19	54059.52	213.39	54113.72	54.19	215.84	54622.94	563.41	189.96	48570.55	-5488.98
11.651	460	217.38	56233.28	217.57	56289.44	56.16	220.12	56824.10	590.82	193.70	50507.56	-5725.73
11.648	470	218.49	58418.22	218.69	58476.33	58.11	221.31	59037.21	618.99	194.72	52454.80	-5963.43
11.638	480	226.70	60685.22	226.90	60745.36	60.13	229.64	61333.56	648.34	202.04	54475.18	-6210.04
11.638	490	224.79	62933.07	224.98	62995.19	62.11	227.78	63611.36	678.28	200.37	56478.91	-6454.16
11.631	500	229.93	65232.38	230.13	65296.51	64.13	233.03	65941.61	709.23	204.97	58528.65	-6703.74

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
11.626	510	233.05	67562.91	233.26	67629.06	66.15	236.24	68303.98	741.07	207.78	60606.45	-6956.46
11.622	520	235.18	69914.73	235.38	69982.91	68.18	238.45	70688.46	773.73	209.71	62703.53	-7211.21
11.618	530	237.32	72287.94	237.52	72358.14	70.20	240.67	73095.14	807.20	211.64	64819.95	-7467.98
11.616	540	237.51	74663.05	237.71	74735.26	72.21	240.93	75504.40	841.35	211.85	66938.49	-7724.57
11.61	550	241.63	77079.35	241.83	77153.59	74.23	245.14	77955.79	876.44	215.55	69093.95	-7985.40
11.61	560	239.92	79478.54	240.12	79554.76	76.22	243.48	80390.58	912.04	214.07	71234.66	-8243.88
11.606	570	242.12	81899.75	242.32	81977.96	78.21	245.76	82848.18	948.43	216.07	73395.32	-8504.43
11.603	580	243.37	84333.44	243.57	84413.63	80.19	247.08	85318.97	985.53	217.22	75567.48	-8765.96
11.602	590	242.72	86760.69	242.92	86842.82	82.14	246.49	87783.85	1023.17	216.69	77734.35	-9026.34
11.594	600	248.77	89248.43	248.97	89332.56	84.13	252.65	90310.32	1061.89	222.10	79955.31	-9293.12
11.587	610	253.83	91786.73	254.03	91872.89	86.16	257.80	92888.37	1101.64	226.62	82221.55	-9565.18
11.585	620	254.14	94328.11	254.34	94416.28	88.16	258.17	95470.11	1142.00	226.94	84490.99	-9837.13
11.576	630	261.04	96938.56	261.25	97028.78	90.22	265.20	98122.11	1183.55	233.11	86822.13	-10116.43
11.57	640	265.09	99589.45	265.30	99681.75	92.30	269.34	100815.51	1226.06	236.75	89189.62	-10399.83
11.563	650	270.05	102289.91	270.26	102384.32	94.41	274.40	103559.52	1269.61	241.19	91601.56	-10688.35
11.556	660	274.97	105039.63	275.19	105136.18	96.55	279.43	106353.85	1314.22	245.61	94057.68	-10981.95
11.551	670	278.02	107819.84	278.24	107918.54	98.70	282.57	109179.55	1359.71	248.37	96541.35	-11278.49
11.551	680	276.46	110584.45	276.67	110685.26	100.80	281.05	111990.10	1405.65	247.03	99011.68	-11572.77
11.543	690	282.28	113407.29	282.50	113510.24	102.95	286.99	114860.02	1452.73	252.25	101534.17	-11873.12
11.535	700	288.07	116287.97	288.29	116393.10	105.13	292.89	117788.93	1500.97	257.43	104108.47	-12179.50
11.535	710	286.53	119153.28	286.75	119260.56	107.28	291.40	120702.91	1549.64	256.12	106669.66	-12483.61
11.533	720	286.85	122021.79	287.06	122131.20	109.41	291.78	123620.70	1598.90	256.45	109234.21	-12787.58



Рисунок 1.21 - Изменение во времени совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре, рассчитанного методом интегрирования (шаг расчетов 10 суток)

Оценка точности результатов расчетов, проведенных с шагом 10 суток, приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды при монотонном изменении давления на опорном контуре с использованием предложенных показателей представлена в таблице 1.15.

Таблица 1.15 - Оценка точности результатов расчетов приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды при монотонном изменении давления на опорном контуре методом интегрирования Картера-Трейси (шаг расчетов 10 суток)

Наименование показателя	ЭМ	МИС	МПССС
RMSE, м <sup>3</sup>	55.18	696.87	6025.09
Pearson, д.ед.	1.0000	1.0000	1.0000
R-квадрат, д.ед.	1.0000	0.9997	0.9743
MAPE, %	0.098	2.007	10.270

Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{ЭМ}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{MUC}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{MICCC}}$  приведена на рисунке 1.22 (шаг расчетов 10 суток).



Рисунок 1.22 - Гистограмма отклонений  $\Delta(\boldsymbol{Q}_{\text{ок}}(\boldsymbol{t}))_{\text{эм}}, \Delta(\boldsymbol{Q}_{\text{ок}}(\boldsymbol{t}))_{\text{мис}}, \Delta(\boldsymbol{Q}_{\text{ок}}(\boldsymbol{t}))_{\text{миссс}}$  (шаг расчетов 10 суток)

Из анализа оценки точности результатов расчетов (таблицы 1.13 и 1.15) приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды для двух вариантов шагов расчетов 30 и 10 суток методом интегрирования Картера-Трейси, вытекает следующее.

Значения коэффициентов корреляции Пирсона близки к 1, что позволяет говорить о том, что решения, полученные приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) линейно зависимы от точного решения.

Значения коэффициентов детерминации (R-квадрат) также близки к 1, что указывает на то, что приближенные методы могут быть использованы с высокой точностью в качестве частных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации.

Значения средней абсолютной процентной ошибки (МАРЕ) показывают следующее:

- ошибка решения, полученного ЭМ, составляет по 0.1% для шага расчета 30 и 10 суток,

- ошибка решения, полученного МИС, составляет 1.32% и 2.01% для шага расчета 30 и 10 суток, соответственно,

- ошибка решения, полученного МПССС, составляет 8.97% и 10.2% для шага расчета 30 и 10 суток, соответственно.

Таким образом, для рассмотренного монотонного изменения во времени пластового давления на опорном контуре (рисунок 1.10) ошибка расчетов методом интегрирования МК-Т приближенных решений ЭМ не превышает 0.1%, а МИС 2%. Сокращение расчетного шага с 30 суток до 10 суток при использовании ЭМ привело к уменьшению ошибки на 0.009%, а при использовании МИС и МПССС, наоборот, к увеличению ошибки на 0.69% и 1.3%, соответственно.

ЭМ показывает наиболее высокую точность расчетов, которая составляет 99.9 % при обоих шагах 30 и 10 суток.

1.12.2.3 Сравнительный анализ результатов расчетов, полученных с использованием метода суперпозиции (МЭ-Х) и метода интегрирования (МК-Т) точного решения основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации

Степень приближения результатов расчетов расхода и совокупного перетока на опорном контуре по формуле (20) метода Картера-Трейси к результатам расчетов по формуле (12) Эвердингена-Херста можно оценить по значению средней абсолютной процентной ошибки (МАРЕ).

Сравнение расчетов, проведенных МЭ-Х и МК-Т для точного решения Эвердингена-Херста (Э-Х) расхода и совокупного перетока пластовой воды при монотонном изменении (падении) давления (рисунок 1.10) на опорном контуре представлены в таблице 1.16 и на рисунках 1.23, 1.24 (шаг расчетов 30 суток). Таблица 1.16 - Сравнение расчетов, проведенных МЭ-Х и МК-Т изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды при монотонном изменении (падении) давления на опорном контуре (шаг расчетов 30 суток)

Р	t, –	МЭ-Х реш	(точное іение)	МК-Т (точное решение)					
МПа	сут	$q_{_{OK}}(t),$ $M^3/_{CYT}$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$q_{_{OK}}(t),$ $M^3/_{CYT}$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$\Delta(\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}))_{\mathrm{K-T}'}$ м3			
11.898	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00			
11.877	30	24.00	720.11	36.40	1091.93	371.82			
11.869	60	46.50	2115.16	40.58	2309.29	194.13			
11.857	90	52.81	3699.47	52.63	3888.20	188.73			
11.846	120	65.43	5662.33	62.15	5752.76	90.44			
11.827	150	84.30	8191.36	82.02	8213.48	22.12			
11.811	180	104.79	11334.96	96.12	11097.01	-237.95			
11.788	210	126.29	15123.72	118.11	14640.40	-483.32			
11.771	240	145.83	19498.57	131.46	18584.16	-914.40			
11.751	270	160.37	24309.57	147.89	23020.77	-1288.80			
11.746	300	161.91	29166.73	146.82	27425.32	-1741.41			
11.728	330	166.92	34174.21	160.82	32249.92	-1924.30			
11.703	360	196.53	40070.02	181.91	37707.23	-2362.79			
11.691	390	209.58	46357.30	188.51	43362.60	-2994.70			
11.677	420	211.53	52703.33	197.30	49281.70	-3421.63			
11.657	450	227.90	59540.27	212.14	55646.00	-3894.27			
11.638	480	246.59	66938.05	225.64	62415.29	-4522.76			
11.626	510	253.17	74533.01	232.02	69376.02	-5156.99			
11.616	540	252.81	82117.37	236.55	76472.64	-5644.73			
11.606	570	255.01	89767.69	241.22	83709.38	-6058.31			
11.594	600	261.36	97608.44	247.89	91146.10	-6462.34			
11.576	630	276.42	105901.14	260.16	98950.94	-6950.20			
11.556	660	296.73	114803.08	274.09	107173.55	-7629.53			
11.543	690	306.68	124003.55	281.42	115616.01	-8387.53			
11.533	720	306.74	133205.86	286.04	124197.20	-9008.66			



Рисунок 1.23 - Сравнение МК-Т и МЭ-Х при расчете изменения во времени расхода пластовой воды при монотонном изменении (падении) давления на опорном контуре (шаг расчетов 30 суток)



Рисунок 1.24 - Сравнение МК-Т и МЭ-Х при расчете изменения во времени совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре при монотонном изменении (падении) давления на опорном контуре (шаг расчетов 30 суток)

Гистограмма отклонений  $\Delta(Q_{o\kappa}(t))_{K-T}$  приведена на рисунке 1.25 (шаг расчетов 30 суток).



Рисунок 1.25 - Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{ok}(\mathbf{t}))_{K-T}$  (шаг расчетов 30 суток)

Сравнение расчетов, проведенных МЭ-Х и МК-Т с использованием точного решения Эвердингена-Херста (Э-Х) совокупного перетока пластовой воды при монотонном изменении (падении) давления (рисунок 1.27) при уменьшении шага до 10 сут. на опорном контуре представлены в таблице 1.17 и на рисунках 1.26, 1.27.



Рисунок 1.26 - Сравнение МК-Т и МЭ-Х при расчете изменения во времени расхода пластовой воды на опорном контуре при монотонном изменении (падении) давления (шаг расчетов 10 суток)

Таблица 1.17 - Сравнение расчетов, проведенных МЭ-Х и МК-Т изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды при монотонном изменении (падении) давления (шаг расчетов 10 суток)

		МЭ-Х	(точное	МК-Т (точное решение)					
D	t	рец	іение)			,			
г <sub>ок</sub> , МПа	сут	$q_{_{OK}}(t),$ $M^3/_{CVT}$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$q_{_{OK}}(t), M^3/_{CYT}$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$\Delta(\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}))_{_{\mathrm{K-T}'}}$ M3			
1	2	3	4	5	6	7			
11.898	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00			
11.889	10	15.92	159.18	23.45	234.54	75.36			
11.882	20	36.43	523.46	33.97	574.26	50.80			
11.877	30	42.49	948.36	38.72	961.45	13.09			
11.873	40	45.00	1398.34	41.70	1378.46	-19.88			
11.869	50	47.94	1877.72	45.08	1829.31	-48.41			
11.869	60	44.74	2325.17	41.11	2240.42	-84.75			
11.866	70	43.33	2758.43	43.64	2676.84	-81.58			
11.866	80	43.34	3191.80	41.03	3087.10	-104.70			
11.857	90	54.36	3735.44	53.87	3625.79	-109.65			
11.855	100	63.95	4374.96	54.36	4169.42	-205.54			
11.846	110	71.07	5085.63	65.94	4828.83	-256.80			
11.846	120	73.98	5825.43	63.12	5460.08	-365.35			
11.841	130	71.16	6537.02	68.14	6141.50	-395.52			
11.831	140	89.51	7432.12	80.19	6943.40	-488.73			
11.827	150	97.97	8411.81	83.13	7774.74	-637.07			
11.819	160	102.54	9437.21	91.62	8690.98	-746.23			
11.812	170	113.66	10573.84	98.43	9675.32	-898.51			
11.811	180	109.76	11671.47	97.03	10645.64	-1025.83			
11.806	190	107.85	12749.94	101.12	11656.87	-1093.07			
11.797	200	122.50	13974.96	110.34	12760.25	-1214.72			
11.788	210	137.89	15353.86	119.27	13952.91	-1400.96			
11.787	220	134.80	16701.90	117.88	15131.71	-1570.19			
11.778	230	137.63	18078.24	126.62	16397.89	-1680.35			
11.771	240	151.66	19594.89	132.68	17724.72	-1870.17			
11.763	250	158.95	21184.37	139.85	19123.23	-2061.15			
11.761	260	157.48	22759.15	139.69	20520.17	-2238.98			
11.751	270	163.61	24395.21	149.13	22011.48	-2383.74			
11.75	280	166.76	26062.86	147.81	23489.61	-2573.25			
11.746	290	160.11	27663.97	150.12	24990.81	-2673.16			
11.746	300	156.99	29233.91	147.85	26469.36	-2764.55			
11.744	310	152.12	30755.15	148.02	27949.54	-2805.61			
11.735	320	165.53	32410.42	156.15	29511.05	-2899.38			
11.728	330	180.65	34216.96	161.90	31130.05	-3086.91			
11.722	340	185.25	36069.41	166.46	32794.68	-3274.73			
11.713	350	194.84	38017.83	174.28	34537.51	-3480.32			
11.703	360	209.61	40113.92	183.07	36368.23	-3745.69			
11.702	370	206.30	42176.96	181.98	38188.01	-3988.95			
11.695	380	203.74	44214.41	187.43	40062.27	-4152.14			

#### 1 2 3 4 5 6 7 11.691 390 189.62 -4353.36 209.74 46311.80 41958.44 11.69 188.64 -4499.02 400 203.21 48343.91 43844.89 11.68 197.22 -4650.79 410 212.40 50467.93 45817.14 11.677 198.37 -4875.05 420 220.79 47800.81 52675.86 11.667 206.82 -5077.19 227.03 49868.97 430 54946.16 11.666 -5311.24 205.86 440 229.27 57238.85 51927.61 11.657 213.19 -5491.55 450 231.22 59551.08 54059.52 11.651 217.38 -5747.99 460 243.02 61981.28 56233.28 11.648 -5963.65 470 240.06 218.49 58418.22 64381.88 11.638 226.70 -6183.92 480 248.73 66869.14 60685.22 11.638 224.79 -6427.70 490 249.16 69360.77 62933.07 11.631 71826.26 229.93 -6593.88 500 246.55 65232.38 11.626 233.05 -6819.77 510 255.64 74382.68 67562.91 11.622 235.18 -7024.54 520 255.66 76939.28 69914.73 11.618 -7212.05 237.32 530 256.07 79499.99 72287.94 11.616 237.51 -7377.50 540 254.06 82040.55 74663.05 11.61 -7536.92 550 257.57 84616.27 241.63 77079.35 11.61 239.92 -7700.31 79478.54 560 256.26 87178.85 11.606 -7810.05 242.12 570 253.10 89709.80 81899.75 11.603 243.37 -7949.14 580 257.28 92282.58 84333.44 11.602 242.72 -8062.18 590 254.03 94822.87 86760.69 11.594 248.77 -8195.02 600 262.06 97443.45 89248.43 11.587 253.83 -8424.44 276.77 100211.17 91786.73 610 11.585 254.14 -8634.83 620 275.18 102962.95 94328.11 11.576 261.04 -8836.51 630 281.21 105775.07 96938.56 11.57 265.09 -9114.40 640 292.88 108703.84 99589.45 11.563 270.05 -9387.24 650 297.33 111677.15 102289.91 11.556 660 304.57 114722.88 274.97 105039.63 -9683.25 11.551 -9976.10 307.31 117795.94 278.02 107819.84 670 11.551 276.46 -10202.77 680 299.13 120787.22 110584.45 11.543 690 302.43 123811.52 282.28 113407.29 -10404.23 11.535 -10706.77 700 288.07 318.32 126994.74 116287.97 11.535 286.53 -10973.75710 313.23 130127.03 119153.28 11.533 720 303.38 133160.80 286.85 122021.79 -11139.01



Рисунок 1.27 - Сравнение МК-Т и МЭ-Х при расчете изменения во времени совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре при монотонном изменении (падении) давления (шаг расчетов 10 суток)

Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{K-T}$  приведена на рисунке 1.28 (шаг расчетов 10 суток).



Рисунок 1.28 - Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{K-T}$  (шаг расчетов 10 суток)

Сравнение точности результатов расчетов МК-Т с точным решением МЭ-Х для случая монотонного изменения (падения) давления на опорном контуре, с шагом расчета 30 и 10 суток представлено в таблице 1.20.

Таблица 1.20 - Сравнение точности результатов расчетов МК-Т с точным решением МЭ-Х совокупного перетока пластовой воды при монотонном изменении давления на опорном контуре

Наименование показателя	МК-Т (точное решение)						
Шаг расчета, сут	30	10					
RMSE, m <sup>3</sup>	4320.031	5582.4536					
Pearson, д.ед.	1.000	1.0000					
R-квадрат, д.ед.	0.989	0.9811					
MAPE, %	7.53	8.66					

Значения коэффициентов корреляции Пирсона близки к 1, что позволяет говорить о том, что полученные результаты линейно зависимы от точного решения МЭ-Х.

Значения коэффициентов детерминации (R-квадрат) также близки к 1, что указывает на удовлетворительное приближение результатов расчетов МК-Т к расчетам МЭ-Х.

Значения средней абсолютной процентной ошибки (МАРЕ) МК-Т по отношению к точному решению МЭ-Х показывают следующее:

- при шаге расчетов 30 суток ошибка МК-Т оценивается в 7.53%, а точность составляет 92.47%,

- при уменьшении шага расчетов до 10 суток ошибка увеличивается на 1.13%, а точность снижается до 91.34%.

1.12.3 Расчет изменения расхода и совокупного перетока пластовой воды при знакопеременном изменении давления на опорном контуре

Рассмотрим расчет изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды при знакопеременном изменении давления на опорном контуре. Пусть задано изменение пластового давления на опорном контуре в течение 720 суток, согласно таблице 1.21 и рисунку 1.29.



Рисунок 1.29 - Знакопеременное изменение во времени пластового давления на опорном контуре

1.12.3.1 Использование метода суперпозиции Эвердингена-Херста частных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации

Расчеты методом суперпозиции при знакопеременном изменении давления на опорном контуре проведены аналогично расчетам раздела 11.2.1.

Результаты расчетов методом суперпозиции изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды с использованием точного и приближенных решений представлены в таблице 1.21 и на рисунках 1.30, 1.31 (шаг расчетов 30 суток).

Оценка точности результатов расчетов, проведенных с шагом 30 суток, приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды при знакопеременном давлении на опорном контуре с использованием предложенных показателей представлена в таблице 1.22.

Таблица 1.21 - Результаты расчетов методом суперпозиции изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды (шаг расчетов 30 суток)

		Точное	е решение	ЭМ				МИС		МПССС (для t*)		
Р <sub>ок</sub> , МПа	t, cvt	$q_{0K}(t),$	$Q_{_{OK}}(t),$	q <sub>ок</sub> (t),	$Q_{_{OK}}(t),$	$\Delta(Q_{OK}(t))_{YM}$	$q_{0K}(t),$	$Q_{_{OK}}(t),$	$\Delta(Q_{OK}(t))_{MHC},$	q <sub>0K</sub> (t),	$Q_{_{OK}}(t),$	$\Delta(Q_{OK}(t))_{MILCCC},$
	5	м <sup>°</sup> /сут	м3	м <sup>°</sup> /сут	м3	м3	м <sup>°</sup> /сут	м3	м3	<sup>м°</sup> /сут	м3	м3
11.898	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11.897	30	1.14	34.29	1.46	43.75	9.46	1.58	47.50	13.21	1.96	58.76	24.47
11.887	60	13.21	430.57	15.80	517.80	87.24	17.12	561.10	130.53	20.83	683.71	253.15
11.859	90	50.98	1959.91	54.11	2141.07	181.16	58.35	2311.72	351.81	68.39	2735.33	775.42
11.834	120	91.27	4698.14	82.60	4619.18	-78.96	88.22	4958.18	260.05	95.72	5606.85	908.71
11.811	150	115.38	8159.50	106.20	7805.23	-354.27	112.60	8336.16	176.66	117.51	9132.30	972.80
11.811	180	110.54	11475.57	95.34	10665.33	-810.24	99.53	11322.19	-153.38	93.90	11949.44	473.87
11.852	210	43.89	12792.32	29.42	11547.81	-1244.51	27.44	12145.38	-646.94	5.41	12111.82	-680.50
11.902	240	-46.26	11404.58	-37.81	10413.64	-990.94	-44.44	10812.04	-592.54	-68.63	10052.89	-1351.68
11.923	270	-82.19	8938.88	-54.90	8766.70	-172.18	-61.02	8981.34	42.46	-71.48	7908.44	-1030.44
11.923	300	-63.61	7030.69	-43.85	7451.29	420.60	-47.63	7552.38	521.69	-47.78	6474.99	-555.70
11.913	330	-32.39	6058.99	-23.46	6747.38	688.39	-24.92	6804.67	745.69	-20.12	5871.49	-187.50
11.897	360	-1.02	6028.51	1.16	6782.15	753.63	1.79	6858.29	829.78	9.00	6141.50	112.98
11.877	390	30.15	6933.13	27.94	7620.47	687.34	30.41	7770.47	837.34	38.51	7296.90	363.77
11.851	420	64.53	8869.05	60.48	9434.96	565.91	64.94	9718.74	849.69	74.15	9521.30	652.25
11.812	450	112.88	12255.52	108.74	12697.21	441.69	116.18	13204.26	948.74	128.58	13378.77	1123.25
11.782	480	153.64	16864.81	138.81	16861.48	-3.33	147.07	17616.48	751.67	153.59	17986.44	1121.62
11.782	510	144.51	21200.09	124.48	20595.90	-604.19	129.83	21511.34	311.25	122.48	21660.87	460.79
11.802	540	95.60	24067.95	87.31	23215.23	-852.72	88.77	24174.48	106.53	72.56	23837.62	-230.33
11.853	570	15.51	24533.12	12.31	23584.48	-948.64	7.63	24403.41	-129.71	-20.01	23237.19	-1295.93
11.878	600	-39.48	23348.70	-13.65	23174.98	-173.72	-18.84	23838.20	489.50	-34.45	22203.60	-1145.10
11.879	630	-27.78	22515.40	-5.15	23020.50	505.09	-8.23	23591.22	1075.82	-12.48	21829.06	-686.34
11.869	660	2.96	22604.27	14.39	23452.25	847.98	13.55	23997.61	1393.34	14.65	22268.56	-335.71
11.859	690	27.00	23414.20	29.44	24335.57	921.37	29.84	24892.75	1478.55	31.10	23201.65	-212.55
11.849	720	42.11	24677.59	42.37	25606.61	929.02	43.59	26200.37	1522.78	44.49	24536.45	-141.14



Рисунок 1.30 - Изменение во времени расхода пластовой воды на опорном контуре, рассчитанного методом суперпозиции (шаг расчетов 30 суток)



Рисунок 1.31 - Изменение во времени совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре, рассчитанного методом суперпозиции (шаг расчетов 30 суток)

Таблица 1.22 - Оценка точности результатов расчетов приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды при знакопеременном давлении на опорном контуре, рассчитанного методом суперпозиции (шаг расчетов 30 суток)

Наименование показателя	ЭМ	МИС	МПССС (для t*)
RMSE, м <sup>3</sup>	621.1809	627.2381	768.3731
Pearson, д.ед.	0.9974	0.9983	0.9966
R-квадрат, д.ед.	0.9947	0.9946	0.9919
MAPE, %	6.87	8.41	12.27

Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{ЭМ}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{MUC}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{MICCC}}$  приведена на рисунке 1.32 (шаг расчетов 30 суток).



Рисунок 1.32 - Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{ЭМ}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{MUC}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{MIICCC}}$  (шаг расчетов 30 суток)

Результаты расчетов методом суперпозиции изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды с использованием точного и приближенных решений при уменьшении шага расчетов до 10 суток представлены в таблице 1.23 и на рисунках 1.33, 1.34.

Таблица 1.23 - Результаты расчетов методом суперпозиции изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды (шаг расчетов 10 суток)

		Точное	е решение	шение ЭМ			МИС				МПССС (для t*)		
Р <sub>ок</sub> ,	t,	$q_{_{OK}}(t),$	Q(t),	$q_{o\kappa}(t),$	Q(t),	$\Delta(Q_{or}(t))$ ,	$q_{o\kappa}(t),$	Q(t),	$\Delta(Q_{or}(t))$ ,	$q_{o\kappa}(t),$	Q(t),	$\Delta(Q_{ov}(t))$ ,	
MITA	Cyr	м <sup>3</sup> /сут	мЗ	м <sup>3</sup> /сут	мЗ	мЗ	м <sup>3</sup> /сут	мЗ	мЗ	м <sup>3</sup> /сут	мЗ	м3	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
11.898	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
11.898	10	0.59	5.90	0.68	6.77	0.87	0.78	7.84	1.94	1.49	14.87	8.97	
11.897	20	1.48	20.70	1.22	19	-1.70	1.39	21.73	1.03	2.14	36.27	15.57	
11.897	30	2.03	41.03	1.71	36.09	-4.94	1.92	40.89	-0.14	2.68	63.11	22.08	
11.894	40	7.82	119.23	8.25	118.63	-0.60	9.46	135.49	16.26	16.55	228.62	109.39	
11.890	50	16.27	281.94	13.59	254.53	-27.41	15.35	288.97	7.03	22.87	457.31	175.37	
11.887	60	21.66	498.57	18.37	438.24	-60.33	20.53	494.24	-4.33	28.18	739.11	240.54	
11.878	70	36.98	868.33	35	788.23	-80.10	39.4	888.26	19.93	59.69	1336.04	467.71	
11.868	80	57.32	1441.48	49.02	1278.46	-163.02	54.74	1435.65	-5.83	75.81	2094.16	652.68	
11.859	90	71.32	2154.65	61.79	1896.38	-258.27	68.48	2120.49	-34.16	89.7	2991.2	836.55	
11.851	100	82.02	2974.81	71.73	2613.7	-361.11	78.89	2909.41	-65.40	97.84	3969.59	994.78	
11.842	110	90.90	3883.81	81.49	3428.62	-455.19	89.15	3800.86	-82.95	107.6	5045.56	1161.75	
11.834	120	100.16	4885.39	90.99	4338.53	-546.86	99.1	4791.86	-93.53	117.03	6215.9	1330.51	
11.826	130	107.98	5965.16	98.89	5327.42	-637.74	107.2	5863.82	-101.34	123.17	7447.64	1482.48	
11.819	140	114.94	7114.52	106.83	6395.71	-718.81	115.4	7017.81	-96.71	130.69	8754.57	1640.05	
11.811	150	122.34	8337.89	114.7	7542.67	-795.22	123.53	8253.08	-84.81	138.18	10136.34	1798.45	
11.810	160	117.89	9516.80	108.92	8631.85	-884.95	115.85	9411.62	-105.18	115.82	11294.51	1777.71	
11.811	170	104.67	10563.54	102.62	9658.01	-905.53	108.14	10493.03	-70.51	103.34	12327.87	1764.33	
11.811	180	96.74	11530.94	98	10637.98	-892.96	102.65	11519.55	-11.39	96.66	13294.51	1763.57	
11.825	190	68.41	12215.08	67.53	11313.27	-901.81	67.31	12192.65	-22.43	32.84	13622.89	1407.81	
11.838	200	29.27	12507.80	42.83	11741.53	-766.27	39.81	12590.75	82.95	2.93	13652.2	1144.40	
11.852	210	4.11	12548.91	20.89	11950.41	-598.50	15.82	12748.98	200.07	-22.04	13431.79	882.88	
11.869	220	-22.97	12319.22	-5.4	11896.37	-422.85	-13.07	12618.27	299.05	-57.53	12856.44	537.22	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
11.885	230	-50.76	11811.60	-29.28	11603.59	-208.01	-38.84	12229.87	418.27	-83.6	12020.45	208.85
11.902	240	-74.14	11070.20	-51.68	11086.84	16.64	-62.79	11601.99	531.79	-107.28	10947.6	-122.60
11.909	250	-78.72	10283.01	-53.36	10553.24	270.23	-62.69	10975.11	692.10	-86.22	10085.39	-197.62
11.916	260	-73.38	9549.25	-58.01	9973.13	423.88	-66.81	10306.99	757.74	-88.14	9204.03	-345.22
11.923	270	-76.89	8780.31	-63.7	9336.09	555.78	-72.33	9583.66	803.35	-92.24	8281.68	-498.63
11.924	280	-70.32	8077.07	-56.67	8769.4	692.33	-63.18	8951.83	874.76	-68.3	7598.65	-478.42
11.923	290	-57.07	7506.40	-50.8	8261.35	754.95	-55.98	8392.05	885.65	-57.56	7023.08	-483.32
11.923	300	-50.13	7005.06	-46.74	7793.94	788.88	-51.09	7881.15	876.09	-51.63	6506.74	-498.32
11.920	310	-40.15	6603.52	-37.18	7422.17	818.65	-39.91	7482.07	878.55	-33.06	6176.15	-427.37
11.916	320	-28.31	6320.40	-29.43	7127.92	807.52	-31.14	7170.7	850.30	-23.28	5943.37	-377.03
11.913	330	-20.30	6117.45	-22.65	6901.46	784.01	-23.59	6934.84	817.39	-15.17	5791.65	-325.80
11.908	340	-9.90	6018.43	-12.45	6776.94	758.51	-12.13	6813.57	795.14	0.81	5799.77	-218.66
11.902	350	1.56	6034.03	-3.52	6741.71	707.68	-2.33	6790.3	756.27	11.06	5910.35	-123.68
11.897	360	10.47	6138.74	4.68	6788.53	649.79	6.57	6856.03	717.29	20.1	6111.39	-27.35
11.890	370	20.89	6347.64	15.08	6939.35	591.71	17.99	7035.89	688.25	34.31	6454.49	106.85
11.884	380	31.94	6667.06	24.56	7184.99	517.93	28.21	7317.97	650.91	44.6	6900.45	233.39
11.877	390	41.21	7079.19	33.49	7519.89	440.70	37.75	7695.42	616.23	54	7440.42	361.23
11.868	400	53.38	7613.02	46.07	7980.62	367.60	51.5	8210.41	597.39	71.71	8157.54	544.52
11.860	410	66.91	8282.09	57.54	8556.07	273.98	63.78	8848.25	566.16	83.96	8997.13	715.04
11.851	420	78.06	9062.67	68.39	9239.97	177.30	75.3	9601.21	538.54	95.18	9948.95	886.28
11.838	430	96.14	10024.08	87.59	10115.9	91.82	96.47	10565.88	541.80	125.07	11199.62	1175.54
11.825	440	117.64	11200.53	104.74	11163.31	-37.22	114.88	11714.67	514.14	143.61	12635.67	1435.14
11.812	450	134.39	12544.38	120.83	12371.59	-172.79	131.96	13034.26	489.88	160.34	14239.03	1694.65
11.802	460	144.55	13989.88	130.1	13672.62	-317.26	141.11	14445.33	455.45	162.57	15864.7	1874.82
11.792	470	151.20	15501.88	140.02	15072.84	-429.04	151.23	15957.63	455.75	171.51	17579.85	2077.97
11.782	480	160.29	17104.81	150.04	16573.28	-531.53	161.53	17572.89	468.08	180.83	19388.15	2283.34
11.781	490	153.67	18641.48	141.75	17990.77	-650.71	150.62	19079.13	437.65	150.04	20888.59	2247.11
11.782	500	136.25	20004.01	133.87	19329.5	-674.51	140.98	20488.88	484.87	135.04	22239.03	2235.02

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
11.782	510	126.52	21269.17	128.1	20610.48	-658.69	134.09	21829.79	560.62	126.63	23505.36	2236.19
11.789	520	109.29	22362.11	110.94	21719.91	-642.20	114.14	22971.2	609.09	92.73	24432.62	2070.51
11.795	530	87.87	23240.78	96.96	22689.51	-551.27	98.45	23955.65	714.87	75.48	25187.47	1946.69
11.802	540	73.53	23976.07	84.61	23535.56	-440.51	84.8	24803.7	827.63	61.08	25798.32	1822.25
11.819	550	42.88	24404.83	52.32	24058.8	-346.03	48.16	25285.26	880.43	2.31	25821.4	1416.57
11.836	560	4.10	24445.86	24.89	24307.68	-138.18	18.04	25465.66	1019.80	-29.41	25527.3	1081.44
11.853	570	-23.36	24212.29	-0.1	24306.66	94.37	-9	25375.7	1163.41	-56.88	24958.52	746.23
11.861	580	-32.54	23886.93	-5.88	24247.82	360.89	-13.66	25239.06	1352.13	-43.12	24527.35	640.42
11.870	590	-32.07	23566.27	-13.9	24108.81	542.54	-21.6	25023.06	1456.79	-49.27	24034.68	468.41
11.878	600	-39.06	23175.67	-22.55	23883.32	707.65	-30.42	24718.88	1543.21	-56.9	23465.66	289.99
11.878	610	-32.83	22847.42	-15.14	23731.89	884.47	-20.69	24511.95	1664.53	-29.37	23171.99	324.57
11.879	620	-19.65	22650.90	-10.92	23622.73	971.83	-15.36	24358.38	1707.48	-22.03	22951.72	300.82
11.879	630	-14.63	22504.57	-8.08	23541.92	1037.35	-11.82	24240.2	1735.63	-17.31	22778.6	274.03
11.876	640	-4.88	22455.73	1.41	23555.99	1100.26	-0.65	24233.67	1777.94	2.36	22802.19	346.46
11.872	650	7.24	22528.12	8.94	23645.37	1117.25	7.89	24312.55	1784.43	11.98	22922.03	393.91
11.869	660	15.06	22678.74	15.45	23799.89	1121.15	15.15	24464.04	1785.30	19.83	23120.38	441.64
11.866	670	21.66	22895.37	21.31	24012.96	1117.59	21.6	24680	1784.63	26.61	23386.43	491.06
11.862	680	27.51	23170.47	26.69	24279.83	1109.36	27.46	24954.65	1784.18	32.64	23712.79	542.32
11.859	690	32.83	23498.74	31.71	24596.88	1098.14	32.9	25283.6	1784.86	38.12	24094	595.26
11.856	700	37.74	23876.18	36.44	24961.26	1085.08	37.99	25663.46	1787.28	43.19	24525.89	649.71
11.852	710	42.35	24299.68	40.94	25370.66	1070.98	42.8	26091.43	1791.75	47.92	25005.12	705.44
11.849	720	46.70	24766.72	45.25	25823.14	1056.42	47.38	26565.25	1798.53	52.39	25528.99	762.27



Рисунок 1.33 - Изменение во времени расхода пластовой воды на опорном контуре, рассчитанное методом суперпозиции (шаг расчетов 10 суток)



Рисунок 1.34 - Изменение во времени совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре, рассчитанного методом суперпозиции (шаг расчетов 10 суток)

Оценка точности результатов расчетов, проведенных с шагом 10 суток, приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды при знакопеременном давлении на опорном контуре с использованием предложенных показателей представлена в таблице 1.24. Таблица 1.24 - Оценка точности результатов расчетов приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды при знакопеременном давлении на опорном контуре, рассчитанного методом суперпозиции (шаг расчетов 10 суток)

Наименование показателя	ЭМ	МИС	МПССС (для t*)
RMSE, м <sup>3</sup>	651.1109	917.6089	1074.3705
Pearson, д.ед.	0.9972	0.9989	0.9962
R-квадрат, д.ед.	0.9938	0.9876	0.9831
MAPE, %	6.2	6.02	15.81

Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{ok}(\mathbf{t}))_{_{9M}}, \Delta(\mathbf{Q}_{ok}(\mathbf{t}))_{_{MUC}}, \Delta(\mathbf{Q}_{ok}(\mathbf{t}))_{_{MICCC}}$ приведена на рисунке 1.35 (шаг расчетов 10 суток).



Рисунок 1.35 - Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{ЭМ}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{MUC}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{MIICC}}$  (шаг расчетов 10 суток)

Анализ оценки точности результатов расчетов (таблицы 1.22, 1.24) приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды для двух вариантов шагов расчетов 30 и 10 суток методом суперпозиции, показывает следующее.

Значения коэффициентов корреляции Пирсона близки к 1, что позволяет говорить о том, что решения, полученные приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) линейно зависимы от точного решения.

Значения коэффициентов детерминации (R-квадрат) также близки к 1, что указывает на то, что приближенные методы могут быть использованы с высокой точностью в качестве частных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации.

Значения средней абсолютной процентной ошибки (МАРЕ) показывают следующее:

- ошибка решения, полученного ЭМ, составляет 6.87% и 6.2% для шага расчета 30 и 10 суток соответственно,

- ошибка решения, полученного МИС, составляет 8.41% и 6.02% для шага расчета 30 и 10 суток соответственно,

- ошибка решения, полученного МПССС, составляет 12.27% и 15.81% для шага расчетов 30 и 10 суток, соответственно.

Для рассмотренного знакопеременного изменения пластового давления на опорном контуре (рисунок 1.30) ошибка расчетов методом суперпозиции ЭМ не превышает 7%, МИС 8.4%, а МПССС достигает почти 16%. Сокращение расчетного шага с 30 суток до 10 суток при использовании ЭМ и МИС привело к уменьшению ошибки соответственно на 0.67% и 2.39%, а при использовании МПССС, наоборот, к увеличению ошибки на 3.55%.

Таким образом, ЭМ показывает наиболее высокую точность расчетов, которая составляет 93.13 % и 93.8% при шаге расчетов 30 и 10 суток, соответственно.

1.12.3.2 Использование метода интегрирования Картера-Трейси частных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации

Расчеты методом интегрирования при знакопеременном изменении давления на опорном контуре проведены аналогично расчетам раздела 11.2.2.

Результаты расчетов изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды методом интегрирования с использованием точного и приближенных решений при шаге 30 суток приведены в таблице 1.25 и на рисунок 1.36, 1.37.

		Точное	е решение		ЭМ		МИС			МПССС		
Р <sub>ок</sub> , МПа	t, сут	$q_{o\kappa}(t), M^3/cum$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$q_{o\kappa}(t),$ $M^3/cum$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$\Delta(Q_{0K}(t))_{3M},$	$q_{o\kappa}(t),$ $M^3/cum$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$\Delta(Q_{oK}(t))_{MUC'}$	$q_{_{0K}}(t),$ $M^3/_{_{CH}}$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$\Delta(Q_{oK}(t))_{MICCC'}$
11 808	0		0.00	0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11.090	20	1.72	52.00	1.74	52.05	0.00	1.91	54.15	0.00	1.80	54.00	2.00
11.097	50 60	17.66	581.02	17.69	582.05	0.03	18.00	506.07	15.06	17.20	575 71	2.00 6.20
11.00/	00	56.74	2284 12	56.80	202.45	0.31	57.47	2221.07	15.00	52 52	2121 72	-0.20
11.839	90	30.74	2284.13	30.80	4910 64	2.18	37.47	2521.07	56.94	35.55	2101.72	-102.41
11.834	120	84.05	4805.78	84.14	4810.04	4.80	84./1	4802.45	<u> </u>	05.00	4498.32	-307.40
11.811	150	105.78	1979.30	105.90	1987.62	8.32	106.46	8056.18	/6.88	95.90	1315.24	-604.06
11.811	180	96.56	108/6.24	96.67	10887.69	11.46	97.24	109/3.27	97.03	86.65	9974.79	-901.45
11.852	210	39.44	12059.41	39.48	12071.96	12.54	40.02	12173.75	114.33	34.71	11016.07	-1043.35
11.902	240	-21.24	11422.30	-21.27	11433.74	11.45	-20.82	11549.26	126.97	-19.69	10425.29	-997.01
11.923	270	-42.49	10147.67	-42.55	10157.28	9.61	-42.20	10283.29	135.62	-38.42	9272.83	-874.84
11.923	300	-38.77	8984.44	-38.83	8992.39	7.96	-38.57	9126.13	141.69	-34.85	8227.27	-757.17
11.913	330	-24.88	8237.97	-24.92	8244.81	6.84	-24.71	8384.76	146.79	-22.32	7557.80	-680.17
11.897	360	-5.89	8061.21	-5.91	8067.62	6.41	-5.70	8213.89	152.68	-5.33	7398.05	-663.16
11.877	390	15.87	8537.28	15.88	8544.03	6.76	16.15	8698.41	161.14	14.07	7820.26	-717.02
11.851	420	42.44	9810.54	42.48	9818.53	7.99	42.88	9984.92	174.38	37.72	8951.78	-858.76
11.812	450	80.74	12232.75	80.82	12243.22	10.47	81.47	12428.91	196.15	71.76	11104.58	-1128.18
11.782	480	108.23	15479.52	108.34	15493.29	13.77	109.23	15705.91	226.39	96.20	13990.52	-1489.01
11.782	510	105.17	18634.49	105.27	18651.33	16.84	106.28	18894.21	259.72	93.53	16796.46	-1838.03
11.802	540	83.13	21128.24	83.20	21147.33	19.09	84.18	21419.50	291.26	74.03	19017.22	-2111.02
11.853	570	32.61	22106.62	32.63	22126.27	19.65	33.32	22419.11	312.49	29.25	19894.67	-2211.94
11.878	600	8.69	22367.18	8.68	22386.63	19.45	9.19	22694.92	327.73	8.04	20135.73	-2231.45
11.879	630	7.99	22606.95	7.99	22626.19	19.24	8.48	22949.23	342.29	7.42	20358.40	-2248.54
11.869	660	17.42	23129.46	17.42	23148.79	19.33	17.98	23488.58	359.12	15.79	20832.01	-2297.44
11.859	690	26.51	23924.61	26.52	23944.32	19.70	27.15	24303.19	378.58	23.86	21547.79	-2376.83
11.849	720	35.30	24983.55	35.32	25003.88	20.33	36.04	25384.52	400.97	31.68	22498.04	-2485.51

Таблица 1.25 - Результаты расчетов методом интегрирования изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды (шаг расчетов 30 суток)



Рисунок 1.36 - Изменение во времени расхода пластовой воды на опорном контуре, рассчитанное методом интегрирования (шаг расчетов 30 суток)



Рисунок 1.37 - Изменение во времени совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре, рассчитанного методом интегрирования (шаг расчетов 30 суток)

Оценка точности расчета методом интегрирования Картера-Трейси совокупного перетока пластовой воды при знакопеременном давлении на опорном контуре приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) в сравнении с точным решением, представлена в таблице 1.26:

Таблица 1.26 - Оценка точности результатов расчетов приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды при знакопеременном давлении на опорном контуре методом интегрирования Картера-Трейси (шаг расчетов 30 суток)

Наименование коэффициента	ЭМ	МИС	МПССС
RMSE, $M^3$	12.8494	217.8372	1417.2620
Pearson, д.ед.	1.0000	1.0000	1.0000
R-квадрат, д.ед.	1.0000	0.9993	0.9717
MAPE, %	0.09	1.61	8.26

Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{ok}(\mathbf{t}))_{_{ЭМ}}, \Delta(\mathbf{Q}_{ok}(\mathbf{t}))_{_{MUC}}, \Delta(\mathbf{Q}_{ok}(\mathbf{t}))_{_{MIICC}}$  приведена на рисунке 1.38 (шаг расчетов 30 суток).



Рисунок 1.38 - Гистограмма отклонений  $\Delta(\boldsymbol{Q}_{\text{ок}}(\boldsymbol{t}))_{\text{эм}}, \Delta(\boldsymbol{Q}_{\text{ок}}(\boldsymbol{t}))_{\text{мис}}, \Delta(\boldsymbol{Q}_{\text{ок}}(\boldsymbol{t}))_{\text{мпссс}}$  (шаг расчетов 30 суток)

Результаты расчетов методом интегрирования изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды с использованием точного и приближенных решений при уменьшении шага расчетов до 10 суток представлены в таблице 1.27 и на рисунках 1.39, 1.40.

Таблица 1.27 - Результаты расчетов методом интегрирования изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды (шаг расчетов 10 суток)

		Точное	е решение		ЭМ			МИС			МПССС		
Р <sub>ок</sub> , МПа	t, сут	$q_{o\kappa}(t),$ $M^3/CVT$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$q_{o\kappa}(t), M^3/_{CVT}$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$\Delta(Q_{_{0K}}(t))_{_{3M}},$ M3	$q_{o\kappa}(t),$ $M^3/_{CVT}$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	Δ(Q <sub>ok</sub> (t)) <sub>мис</sub> , M3	$q_{oK}(t),$ $M^3/CVT$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$\Delta(Q_{oK}(t))_{MICCC},$ M3	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
11.898	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
11.898	10	0.87	8.69	0.87	8.69	0.01	1.05	10.47	1.79	1.58	15.77	7.08	
11.897	20	1.44	23.08	1.44	23.10	0.01	1.56	26.04	2.95	1.54	31.20	8.12	
11.897	30	1.91	42.17	1.91	42.19	0.03	1.99	45.97	3.80	1.94	50.64	8.47	
11.894	40	8.62	128.38	8.63	128.45	0.06	9.12	137.16	8.77	9.57	146.37	17.99	
11.890	50	13.99	268.32	14.00	268.47	0.15	14.52	282.41	14.09	14.50	291.41	23.10	
11.887	60	18.65	454.78	18.66	455.08	0.30	19.13	473.73	18.95	18.51	476.55	21.77	
11.878	70	33.57	790.45	33.59	791.02	0.57	34.29	816.68	26.23	32.93	805.81	15.36	
11.868	80	46.77	1258.18	46.82	1259.17	0.99	47.55	1292.22	34.04	45.01	1255.93	-2.26	
11.859	90	58.81	1846.26	58.86	1847.81	1.55	59.57	1887.97	41.71	55.72	1813.10	-33.16	
11.851	100	68.39	2530.18	68.46	2532.42	2.24	69.10	2579.01	48.83	63.98	2452.94	-77.24	
11.842	110	77.48	3305.00	77.56	3308.04	3.04	78.15	3360.52	55.52	71.80	3170.97	-134.03	
11.834	120	86.18	4166.78	86.27	4170.74	3.96	86.82	4228.72	61.94	79.28	3963.77	-203.02	
11.826	130	93.57	5102.49	93.67	5107.45	4.96	94.19	5170.65	68.17	85.57	4819.46	-283.03	
11.819	140	100.76	6110.13	100.87	6116.19	6.06	101.38	6184.50	74.37	91.72	5736.65	-373.48	
11.811	150	107.79	7187.99	107.90	7195.23	7.24	108.42	7268.69	80.70	97.75	6714.10	-473.89	
11.810	160	105.43	8242.25	105.54	8250.66	8.40	106.05	8329.16	86.90	95.19	7665.97	-576.29	
11.811	170	101.43	9256.52	101.54	9266.04	9.51	102.05	9349.63	93.10	91.24	8578.33	-678.20	
11.811	180	97.86	10235.15	97.97	10245.73	10.58	98.50	10334.59	99.44	87.77	9456.07	-779.08	
11.825	190	77.35	11008.67	77.43	11020.08	11.41	77.96	11114.19	105.52	68.98	10145.87	-862.80	
11.838	200	57.98	11588.42	58.03	11600.42	12.00	58.56	11699.83	111.40	51.36	10659.49	-928.93	
11.852	210	39.57	11984.08	39.60	11996.44	12.36	40.13	12101.16	117.09	34.73	11006.75	-977.33	
11.869	220	18.22	12166.24	18.23	12178.71	12.47	18.75	12288.68	122.43	15.52	11161.90	-1004.34	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
11.885	230	-2.25	12143.71	-2.27	12156.04	12.33	-1.76	12271.07	127.37	-2.83	11133.61	-1010.10
11.902	240	-21.95	11924.19	-21.99	11936.14	11.95	-21.51	12055.97	131.78	-20.43	10929.33	-994.86
11.909	250	-29.26	11631.58	-29.31	11643.07	11.48	-28.86	11767.40	135.81	-26.86	10660.72	-970.87
11.916	260	-36.38	11267.76	-36.44	11278.70	10.94	-36.02	11407.19	139.43	-33.13	10329.45	-938.32
11.923	270	-43.33	10834.42	-43.40	10844.73	10.31	-43.02	10976.99	142.57	-39.24	9937.02	-897.40
11.924	280	-42.51	10409.27	-42.58	10418.96	9.69	-42.23	10554.66	145.39	-38.41	9552.95	-856.32
11.923	290	-40.87	10000.61	-40.93	10009.71	9.10	-40.62	10148.51	147.90	-36.85	9184.50	-816.11
11.923	300	-39.45	9606.13	-39.50	9614.66	8.54	-39.23	9756.25	150.12	-35.50	8829.46	-776.67
11.920	310	-34.56	9260.50	-34.61	9268.54	8.03	-34.36	9412.68	152.18	-31.08	8518.66	-741.85
11.916	320	-29.86	8961.86	-29.91	8969.45	7.59	-29.67	9115.95	154.09	-26.84	8250.27	-711.59
11.913	330	-25.34	8708.50	-25.37	8715.71	7.21	-25.15	8864.41	155.91	-22.76	8022.68	-685.82
11.908	340	-18.74	8521.06	-18.77	8527.97	6.91	-18.56	8678.80	157.74	-16.85	7854.16	-666.90
11.902	350	-12.35	8397.58	-12.37	8404.27	6.69	-12.16	8557.21	159.63	-11.13	7742.88	-654.70
11.897	360	-6.13	8336.27	-6.15	8342.82	6.54	-5.93	8497.90	161.63	-5.57	7687.17	-649.11
11.890	370	1.37	8349.94	1.36	8356.42	6.49	1.59	8513.77	163.83	1.12	7698.34	-651.60
11.884	380	8.68	8436.73	8.68	8443.25	6.52	8.93	8603.04	166.30	7.64	7774.71	-662.02
11.877	390	15.82	8594.97	15.83	8601.60	6.63	16.10	8764.05	169.08	14.00	7914.72	-680.25
11.868	400	24.93	8844.27	24.95	8851.12	6.85	25.25	9016.58	172.32	22.11	8135.78	-708.49
11.860	410	33.85	9182.73	33.88	9189.91	7.17	34.22	9358.79	176.06	30.04	8436.17	-746.56
11.851	420	42.59	9608.61	42.63	9616.19	7.59	43.02	9788.97	180.36	37.81	8814.31	-794.30
11.838	430	55.67	10165.26	55.72	10173.41	8.15	56.18	10350.77	185.51	49.44	9308.69	-856.57
11.825	440	68.50	10850.30	68.57	10859.15	8.85	69.11	11041.88	191.59	60.85	9917.17	-933.13
11.812	450	81.12	11661.48	81.20	11671.17	9.69	81.82	11860.13	198.65	72.06	10637.74	-1023.73
11.802	460	90.46	12566.10	90.56	12576.72	10.62	91.26	12772.70	206.59	80.36	11441.39	-1124.71
11.792	470	99.66	13562.75	99.77	13574.39	11.65	100.55	13778.21	215.47	88.55	12326.84	-1235.90
11.782	480	108.73	14650.07	108.84	14662.83	12.76	109.72	14875.38	225.31	96.61	13292.92	-1357.15
11.781	490	108.65	15736.56	108.76	15750.42	13.86	109.68	15972.14	235.59	96.55	14258.42	-1478.13
11.782	500	107.10	16807.55	107.21	16822.48	14.93	108.16	17053.75	246.20	95.19	15210.36	-1597.20

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
11.782	510	105.60	17863.58	105.71	17879.55	15.96	106.69	18120.70	257.11	93.88	16149.19	-1714.40
11.789	520	98.07	18844.27	98.16	18861.17	16.90	99.15	19112.17	267.90	87.22	17021.36	-1822.91
11.795	530	90.67	19751.02	90.76	19768.77	17.75	91.74	20029.53	278.51	80.68	17828.12	-1922.89
11.802	540	83.41	20585.14	83.49	20603.65	18.51	84.45	20874.04	288.89	74.25	18570.63	-2014.51
11.819	550	66.23	21247.41	66.28	21266.48	19.07	67.16	21545.67	298.26	59.02	19160.86	-2086.54
11.836	560	49.30	21740.45	49.34	21759.89	19.44	50.13	22046.97	306.52	44.03	19601.13	-2139.32
11.853	570	32.63	22066.77	32.65	22086.40	19.63	33.34	22380.35	313.58	29.25	19893.62	-2173.16
11.861	580	24.51	22311.86	24.52	22331.59	19.73	25.15	22631.90	320.03	22.05	20114.12	-2197.74
11.870	590	16.50	22476.85	16.50	22496.59	19.74	17.08	22802.68	325.83	14.95	20263.63	-2213.22
11.878	600	8.59	22562.79	8.59	22582.47	19.67	9.11	22893.74	330.94	7.94	20343.06	-2219.73
11.878	610	8.36	22646.44	8.36	22666.04	19.60	8.87	22982.42	335.98	7.74	20420.48	-2225.96
11.879	620	8.13	22727.79	8.13	22747.32	19.53	8.63	23068.72	340.93	7.54	20495.86	-2231.93
11.879	630	7.90	22806.83	7.90	22826.29	19.46	8.39	23152.64	345.81	7.33	20569.21	-2237.62
11.876	640	11.10	22917.85	11.10	22937.27	19.42	11.61	23268.77	350.92	10.17	20670.92	-2246.93
11.872	650	14.26	23060.42	14.26	23079.84	19.42	14.79	23416.70	356.28	12.97	20800.64	-2259.78
11.869	660	17.37	23234.16	17.38	23253.61	19.45	17.94	23596.06	361.90	15.74	20958.02	-2276.14
11.866	670	20.45	23438.68	20.46	23458.19	19.51	21.04	23806.47	367.79	18.47	21142.72	-2295.95
11.862	680	23.49	23673.61	23.50	23693.21	19.60	24.11	24047.58	373.98	21.17	21354.44	-2319.17
11.859	690	26.50	23938.60	26.51	23958.33	19.73	27.15	24319.06	380.46	23.84	21592.86	-2345.74
11.856	700	29.47	24233.33	29.49	24253.21	19.88	30.15	24620.58	387.25	26.48	21857.70	-2375.63
11.852	710	32.41	24557.48	32.43	24577.54	20.06	33.13	24951.84	394.37	29.10	22148.69	-2408.79
11.849	720	35.33	24910.73	35.35	24930.99	20.27	36.07	25312.54	401.82	31.69	22465.56	-2445.17



Рисунок 1.39 - Изменение во времени расхода пластовой воды на опорном контуре, рассчитанное методом интегрирования (шаг расчетов 10 суток)



Рисунок 1.40 - Изменение во времени совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре, рассчитанного методом интегрирования (шаг расчетов 10 суток)

Оценка точности результатов расчетов, проведенных с шагом 10 суток, приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды при знакопеременном давлении на опорном контуре с использованием предложенных показателей представлена в таблице 1.28.

Таблица 1.28 - Оценка точности результатов расчетов приближенными методами MIICCC) совокупного (ЭМ. МИС. перетока пластовой воды при знакопеременном изменении давления на опорном контуре методом интегрирования Картера-Трейси (шаг расчетов 10 суток)

Наименование показателя	ЭМ	МИС	МПССС
RMSE, м <sup>3</sup>	12.6573	218.0658	1365.7594
Pearson, д.ед.	1.0000	1.0000	0.9999
R-квадрат, д.ед.	1.0000	0.9992	0.9683
MAPE, %	0.086	2.241	9.741

Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{\mathfrak{M}\mathsf{N}}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{\mathsf{M}\mathsf{UC}}}, \Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{_{\mathsf{M}\mathsf{IICC}}}$ приведена на рисунке 1.41 (шаг расчетов 10 суток).



Рисунок 1.41 - Гистограмма отклонений  $\Delta(\boldsymbol{Q}_{ok}(\boldsymbol{t}))_{_{ЭМ}}, \Delta(\boldsymbol{Q}_{ok}(\boldsymbol{t}))_{_{MUC}}, \Delta(\boldsymbol{Q}_{ok}(\boldsymbol{t}))_{_{MICCC}}$  (шаг расчетов 10 суток)

Из анализа оценки точности результатов расчетов (таблицы 1.26 и 1.28) приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) совокупного перетока пластовой воды для двух вариантов шагов расчетов 30 и 10 суток методом интегрирования Картера-Трейси, вытекает следующее.

Значения коэффициентов корреляции Пирсона близки к 1, что позволяет говорить о том, что решения, полученные приближенными методами (ЭМ, МИС, МПССС) линейно зависимы от точного решения.

Значения коэффициентов детерминации (R-квадрат) также близки к 1, что указывает на то, что приближенные методы могут быть использованы с высокой точностью в качестве частных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации.

Значения средней абсолютной процентной ошибки (МАРЕ) показывают:

- ошибка решения, полученного ЭМ, составляет по 0.09% для шага расчетов 30 и 10 суток,

- ошибка решения, полученного МИС, составляет 1.43% и 2.24% для шага расчетов 30 и 10 суток, соответственно,

- ошибка решения, полученного МПССС, составляет 6.43% и 9.74% для шага расчетов 30 и 10 суток, соответственно.

Для рассмотренного знакопеременного изменения пластового давления на опорном контуре (рисунок 1.30) ошибка расчетов методом интегрирования МК-Т приближенных решений ЭМ составляет 0.09%, а МИС не превышает 2.24%. Сокращение расчетного шага с 30 суток до 10 суток при использовании ЭМ привело к уменьшению ошибки на 0.009%, а при использовании МИС и МПССС, наоборот, к увеличению ошибки на 0.81% и 3.3%, соответственно.

Таким образом, ЭМ показывает наиболее высокую точность расчетов, которая составляет 99.9 % при обоих шагах расчетов 30 и 10 суток.

1.12.3.3 Сравнительный анализ результатов расчетов, полученных с использованием метода суперпозиции (МЭ-Х) и метода интегрирования (МК-Т) точного решения основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации

Сравнение расчетов, проведенных МЭ-Х и МК-Т для точного решения Эвердингена-Херста (Э-Х) расхода и совокупного перетока пластовой воды, при знакопеременном изменении давления (рисунок 1.29) на опорном контуре представлено в таблице 1.29 и на рисунках 1.42, 1.43 (шаг расчетов 30 суток).

D	4	МЭ-Х реш	(точное ение)	МК-Т (точное решение)				
Р <sub>ок</sub> , МПа	сут	$q_{_{OK}}(t),$ $M^3/_{CYT}$	Q <sub>ок</sub> (t), м3	q <sub>ок</sub> (t), м <sup>3</sup> / <sub>сут</sub>	Q <sub>ок</sub> (t), м3	$\Delta(\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}))_{_{\mathrm{K-T}'}}$ M3		
11.898	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
11.897	30	1.14	34.29	1.73	52.00	17.71		
11.887	60	13.21	430.57	17.66	581.92	151.35		
11.859	90	50.98	1959.91	56.74	2284.13	324.22		
11.834	120	91.27	4698.14	84.05	4805.78	107.64		
11.811	150	115.38	8159.50	105.78	7979.30	-180.20		
11.811	180	110.54	11475.57	96.56	10876.24	-599.33		
11.852	210	43.89	12792.32	39.44	12059.41	-732.91		
11.902	240	-46.26	11404.58	-21.24	11422.30	17.72		
11.923	270	-82.19	8938.88	-42.49	10147.67	1208.78		
11.923	300	-63.61	7030.69	-38.77	8984.44	1953.74		
11.913	330	-32.39	6058.99	-24.88	8237.97	2178.98		
11.897	360	-1.02	6028.51	-5.89	8061.21	2032.70		
11.877	390	30.15	6933.13	15.87	8537.28	1604.14		
11.851	420	64.53	8869.05	42.44	9810.54	941.49		
11.812	450	112.88	12255.52	80.74	12232.75	-22.76		
11.782	480	153.64	16864.81	108.23	15479.52	-1385.29		
11.782	510	144.51	21200.09	105.17	18634.49	-2565.60		
11.802	540	95.60	24067.95	83.13	21128.24	-2939.71		
11.853	570	15.51	24533.12	32.61	22106.62	-2426.50		
11.878	600	-39.48	23348.70	8.69	22367.18	-981.52		
11.879	630	-27.78	22515.40	7.99	22606.95	91.54		
11.869	660	2.96	22604.27	17.42	23129.46	525.19		
11.859	690	27.00	23414.20	26.51	23924.61	510.41		
11.849	720	42.11	24677.59	35.30	24983.55	305.96		

Таблица 1.29 - Сравнение расчетов, проведенных МЭ-Х и МК-Т изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды при знакопеременном изменении давления (шаг расчетов 30 суток)



Рисунок 1.42 - Сравнение МК-Т и МЭ-Х при расчете изменения во времени расхода пластовой воды на опорном контуре при знакопеременном изменении давления (шаг расчетов 30 суток)



Рисунок 1.43 - Сравнение МК-Т и МЭ-Х при расчете изменения во времени совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре при знакопеременном изменении давления (шаг расчетов 30 суток)

Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{ok}(\mathbf{t}))_{K-T}$  приведена на рисунке 1.44 (шаг расчетов 30 суток).



Рисунок 1.44 - Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{K-T}$  (шаг расчетов 30 суток)

Сравнение расчетов, проведенных МЭ-Х и МК-Т для точного решения Эвердингена-Херста (Э-Х) расхода и совокупного перетока пластовой воды при знакопеременном изменении давления при уменьшении шага с 30 до 10 суток на опорном контуре, представлено в таблице 1.30 и на рисунках 1.45, 1.46.



Рисунок 1.45 - Сравнение МК-Т и МЭ-Х при расчете изменения во времени расхода пластовой воды на опорном контуре при знакопеременном изменении давления (шаг расчетов 10 суток)

		МЭ-Х	(точное	МК-Т (точное решение)				
р	t.	рец	іение)					
МПа	сут	$q_{_{OK}}(t),$	$Q_{_{OK}}(t),$	$q_{_{OK}}(t),$	$\mathbf{Q}_{_{\mathrm{OK}}}(\mathbf{t}),$	$\Delta(\mathbf{Q}_{oK}(\mathbf{t}))_{K-T'}$		
		М /сут	M3	М /сут	M3	м3		
1	2	3	4	5	6	7		
11.898	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
11.898	10	0.59	5.90	0.87	8.69	2.79		
11.897	20	1.48	20.70	1.44	23.08	2.39		
11.897	30	2.03	41.03	1.91	42.17	1.13		
11.894	40	7.82	119.23	8.62	128.38	9.16		
11.890	50	16.27	281.94	13.99	268.32	-13.63		
11.887	60	21.66	498.57	18.65	454.78	-43.79		
11.878	70	36.98	868.33	33.57	790.45	-77.88		
11.868	80	57.32	1441.48	46.77	1258.18	-183.30		
11.859	90	71.32	2154.65	58.81	1846.26	-308.39		
11.851	100	82.02	2974.81	68.39	2530.18	-444.63		
11.842	110	90.90	3883.81	77.48	3305.00	-578.81		
11.834	120	100.16	4885.39	86.18	4166.78	-718.61		
11.826	130	107.98	5965.16	93.57	5102.49	-862.67		
11.819	140	114.94	7114.52	100.76 6110.13		-1004.39		
11.811	150	122.34	8337.89	107.79	7187.99	-1149.90		
11.810	160	117.89	9516.80	105.43 8242.25		-1274.55		
11.811	170	104.67	10563.54	101.43	9256.52	-1307.02		
11.811	180	96.74	11530.94	97.86	10235.15	-1295.79		
11.825	190	68.41	12215.08	77.35	11008.67	-1206.41		
11.838	200	29.27	12507.80	57.98	11588.42	-919.38		
11.852	210	4.11	12548.91	39.57	11984.08	-564.84		
11.869	220	-22.97	12319.22	18.22	12166.24	-152.98		
11.885	230	-50.76	11811.60	-2.25	12143.71	332.11		
11.902	240	-74.14	11070.20	-21.95	11924.19	853.99		
11.909	250	-78.72	10283.01	-29.26	11631.58	1348.57		
11.916	260	-73.38	9549.25	-36.38	11267.76	1718.52		
11.923	270	-76.89	8780.31	-43.33	10834.42	2054.12		
11.924	280	-70.32	8077.07	-42.51	10409.27	2332.20		
11.923	290	-57.07	7506.40	-40.87	10000.61	2494.20		
11.923	300	-50.13	7005.06	-39.45	9606.13	2601.07		
11.920	310	-40.15	6603.52	-34.56	9260.50	2656.99		
11.916	320	-28.31	6320.40	-29.86	8961.86	2641.46		
11.913	330	-20.30	6117.45	-25.34	8708.50	2591.05		
11.908	340	-9.90	6018.43	-18.74	8521.06	2502.63		
11.902	350	1.56	6034.03	-12.35	8397.58	2363.55		
11.897	360	10.47	6138.74	-6.13	8336.27	2197.54		
11.890	370	20.89	6347.64	1.37	8349.94	2002.29		
11.884	380	31.94	6667.06	8.68	8436 73	1769.67		

Таблица 1.30 - Сравнение расчетов, проведенных МЭ-Х и МК-Т изменения во времени расхода и совокупного перетока пластовой воды при знакопеременном изменении давления (шаг расчетов 10 суток)
#### 2 3 4 5 7 1 6 11.877 15.82 1515.77 390 41.21 7079.19 8594.97 11.868 24.93 1231.25 400 53.38 7613.02 8844.27 11.860 33.85 900.65 410 66.91 8282.09 9182.73 11.851 42.59 545.94 420 78.06 9062.67 9608.61 11.838 55.67 141.17 430 96.14 10024.08 10165.26 11.825 -350.23 440 117.64 11200.53 68.50 10850.30 11.812 -882.91 81.12 450 134.39 12544.38 11661.48 11.802 144.55 90.46 -1423.78 460 13989.88 12566.10 11.792 99.66 -1939.13 470 151.20 15501.88 13562.75 11.782 108.73 -2454.74 480 160.29 14650.07 17104.81 11.781 108.65 -2904.92 490 153.67 18641.48 15736.56 11.782 -3196.46 107.10 500 136.25 20004.01 16807.55 11.782 105.60 -3405.58 510 126.52 21269.17 17863.58 11.789 98.07 -3517.84 520 109.29 22362.11 18844.27 11.795 -3489.77 90.67 530 87.87 23240.78 19751.02 11.802 83.41 -3390.93 540 73.53 23976.07 20585.14 11.819 66.23 -3157.42 42.88 21247.41 550 24404.83 11.836 49.30 -2705.41 560 4.10 24445.86 21740.45 11.853 32.63 -2145.52 570 -23.36 24212.29 22066.77 11.861 -1575.07 24.51 580 -32.54 23886.93 22311.86 11.870 16.50 -1089.42 590 -32.07 23566.27 22476.85 11.878 8.59 -612.88 600 -39.06 23175.67 22562.79 11.878 -200.98 8.36 610 -32.83 22847.42 22646.44 11.879 8.13 76.88 620 -19.65 22650.90 22727.79 11.879 7.90 -14.63 302.26 630 22504.57 22806.83 11.876 462.12 11.10 -4.88 640 22455.73 22917.85 11.872 14.26 532.30 650 7.24 22528.12 23060.42 11.869 17.37 555.42 660 15.06 22678.74 23234.16 543.31 11.866 20.45 670 21.66 22895.37 23438.68 11.862 23.49 503.13 680 27.51 23170.47 23673.61 11.859 26.50 439.86 690 32.83 23498.74 23938.60 11.856 29.47 357.15 700 37.74 23876.18 24233.33 11.852 710 42.35 24299.68 32.41 257.79 24557.4811.849 35.33 144.01 720 46.70 24766.72 24910.73

# Продолжение таблицы 1.30



Рисунок 1.46 - Сравнение МК-Т и МЭ-Х при расчете изменения во времени совокупного перетока пластовой воды на опорном контуре при знакопеременном изменении давления (шаг расчетов 10 суток)

Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{K-T}$  приведена на рисунке 1.47 (шаг расчетов 10 суток).



Рисунок 1.47 - Гистограмма отклонений  $\Delta(\mathbf{Q}_{o\kappa}(\mathbf{t}))_{K-T}$  (шаг расчетов 10 суток)

Сравнение результатов расчетов, проведенных для случая знакопеременного изменения давления на опорном контуре, с шагом расчета 30 и 10 суток представлено в таблице 1.31.

Таблица 1.31 - Сравнение результатов расчетов МК-Т (точное решение) с МЭ-Х совокупного перетока пластовой воды при знакопеременном изменении давления на опорном контуре

Наименование показателя	МК-Т (точное решение)		
Шаг расчета, сут	30	10	
RMSE, M <sup>3</sup>	1316.3612	1652.1944	
Pearson, д.ед.	0.9897	0.9810	
R-квадрат, д.ед.	0.9757	0.9592	
MAPE, %	13.19	13.76	

Значения коэффициентов корреляции Пирсона близки к 1, что позволяет говорить о том, что полученные результаты линейно зависимы от точного решения МЭ-Х.

Значения коэффициентов детерминации (R-квадрат) также близки к 1, что указывает на то, что расчеты МК-Т могут быть использованы наравне с МЭ-Х.

Средняя абсолютная процентная ошибка (МАРЕ) МК-Т по отношению к точному решению МЭ-Х показывает, что МК-Т обеспечивает точность расчетов при шаге 30 суток 86.8%, при шаге 10 суток 86.24%.

## 2 Систематизация газогидродинамических прокси-моделей

### газовых залежей

### 2.1 Основные положения

Вопросами математического моделирования газовых залежей посвящено большое количество работ [1, 4, 16, 18, 23, 27, 31, 55, 49, 62]. Наиболее полный обзор методов моделирования приведен в монографии [63]. В указанной работе анализ подходов к моделированию проведен залежи ПХГ В части систематизации математических моделей по учету и полноте описания происходящих в пласте физических процессов, размерности и системе координатных осей в динамико-кинематической схематизации фильтрационных потоков, размеру и количеству выделяемых однородных по фильтрационноемкостным свойствам элементов при пространственной дискретизации пласта. Указанный подход также справедлив и для моделирования разработки месторождений УВ. В общем виде совокупность гидродинамических моделей пластов представлена в виде иерархичной структуры, в которой низший уровень составляют упрощенные модели (приближенные, низкомерные модели), а высший – сложные (подробные, многомерные). Упрощенные модели будем называть прокси-моделями, сложные – сеточными.

В упрощенных (прокси) моделях рассматриваются наиболее значимые физические процессы с учетом общих закономерностей и основных свойств флюидов и пласта [63, 26, 44, 45, 46, 50]. Практическое применение проксимоделей обусловлено тем, что для их построения требуется меньший набор исходных геолого-геофизических и промысловых данных и затрачиваемое машинное время на проведение расчетов на таких моделях существенно сокращается. Упрощенные модели в общем случае должны отвечать на ограниченный круг вопросов, наиболее общим из которых является – оперативный прогноз основных показателей динамики движения газа в пласте на ближайшую перспективу.

В основе упрощенных моделей лежит уравнение материального баланса газовой залежи:

$$V(t) - V_0 = \int_{t_0}^t q_g(t) dt \tag{1}$$

где V(t) – текущий объем газа при стандартных условиях;

*V*<sub>0</sub> – объем газа в пласте в начальный момент времени;

 $q_q(t)$  – текущий объемный расход газа во всех скважинах.

B балансовой модели газовая залежь описывается единый как объем. Здесь газонасыщенный не рассматриваются геологические неоднородности пласта (разломы, трещины, сложнопостроенные зональнослоистые пласты), системы размещения скважин, продвижение газоводяного контакта и изменение депрессионных/репрессионных воронок. Объем пласта, занятый газом, при газовом режиме считается постоянным, при водонапорном режиме – переменным.

Различают балансовые модели при газовом и водонапорном режимах.

При газовом режиме объем пласта, занятый газом, остается неизменным. Система уравнений в этом случае принимает вид [63]:

$$\frac{1}{P_{\rm CT}} \frac{T_{\rm CT}}{T_{\rm III}} S\Omega\left(\left(\frac{\widetilde{P}}{z}\right) - \left(\frac{\widetilde{P}_0}{z_0}\right)\right) = \int_{t_0}^t q_g(t) dt$$
(2)

где Р<sub>ст</sub> – давление при стандартных условиях;

Т<sub>ст</sub>, Т<sub>пл</sub> – температура при стандартных и пластовых условиях;

 $S\Omega$  – поровый объем залежи;

 $\tilde{P}, \tilde{P}_0$  – соответственно текущее и на начало расчётного периода средневзвешенные по газонасыщенному поровому пространству пластовые давления;

z,z<sub>0</sub> – коэффициенты сверхсжимаемости (текущие и на начало расчётного периода);

 $q_a(t)$  – текущий массовый расход газа во всех скважинах.

При водонапорном режиме газовый объем становится переменной величиной. Система уравнений принимает следующий вид:

$$\frac{1}{P_{\rm CT}} \frac{T_{\rm CT}}{T_{\rm ILT}} \left( S\Omega(t) \left(\frac{\widetilde{P}}{z}\right) - S\Omega_0(t) \left(\frac{\widetilde{P}_0}{z_0}\right) \right) = \int_{t_0}^t q_g(t) dt$$
(3)

Расчет дебита вторгшейся/оттесняемой воды на контуре газоводяного контакта может осуществляться через функции влияния водоносной области пласта:

$$q_w(t) = B_p \Delta \hat{P}_{\text{o}\text{K}} \Psi(t) \tag{4}$$

где  $\Delta \hat{P}_{OK}$  – постоянный во времени перепад между начальным и текущим средним давлением на опорном контуре ( $\Delta \hat{P}_{OK} = perm$ );

 $\Psi(t)$  - некоторая известная для данных параметров водоносной области пласта безразмерная функция влияния при постоянном перепаде давления на опорном контуре;

*B<sub>p</sub>* – коэффициент пропорциональности при постоянном во времени перепаде давления.

Функции влияния  $\Psi(t)$  характеризуют прокси-модели водоносного пласта и рассмотрены в 1 главе настоящей работы.

В балансовой модели описание всей залежи одним уравнением материального баланса предполагает равенство текущих пластовых давлений по всем эксплуатационным скважинам, что чаще всего не соответствует реальному изменению давления в различных зонах пласта по причине различия фильтрационно-емкостных свойств по площади и по разрезу, а также неравномерной системы размещения эксплуатационных скважин. С учетом этого модификация балансовой модели газовой залежи возможна по следующим двум направлениям [63, 50].

Первое направление предполагает учет неоднородности фильтрационносвойств пласта И неравномерности дренирования емкостных залежи эксплуатационными скважинам. В такой модели залежь разделяется на зоны с сопоставимыми трендами снижения пластового давления И характера обводнения с последующим подбором коэффициентов перетока между ними.

Второе направление модификации учитывает изменения газонасыщенности по зонам газоносности пласта.

# 2.2 Прокси-модели неравномерного дренирования газовых залежей в условиях проявления газового и водонапорного режимов

2.2.1 Прокси-модели двухобъемного дренирования газовых залежей

В модификации балансовой модели двухобъемного дренирования газонасыщенный объем залежи представляется в виде условных двух виртуальных объемов: активного дренируемого (аккумулируемого) порового объема  $S\Omega_a$  и пассивно дренируемого (аккумулируемого) порового объема  $S\Omega_n$ :

$$S\Omega = S\Omega_{\rm a}(t) + S\Omega_{\rm II}(t) \tag{5}$$

Взаимодействие виртуальных объемов рассчитывается как расход перетекаемого между ними газа.

Фильтрация газа в пассивном объеме описывается уравнением неустановившейся фильтрации:

$$divgrad\frac{k}{\mu}P = m\frac{\partial}{\partial t}\left(\overline{P}/z(\overline{P})\right)$$
(6)

Которая может быть линеаризована с помощью фиктивного времени

$$\partial \tau = \frac{dP}{d(\overline{P}/z(\overline{P}))}dt \tag{7}$$

где,  $\overline{P}/z(\overline{P})$  – приведенное среднее давление в пассивном объеме;

Р — функция среднего пластового давления, выражается функцией Лейбензона ( $\overline{P}/z(\overline{P})$ )dР.

Расход перетекаемого газа описывается следующим уравнением:

$$q_{\rm nep}(\tau) = \varphi(\tau) \left(\frac{dP_a}{d\tau}\right) \tag{8}$$

где  $\varphi(\tau)$  – функция влияния пассивного порового объема;

 $P_{\rm a}$  – давление в активном поровом объеме.

Уравнение материального баланса в этом случае примет вид:

$$\frac{1}{P_{\rm CT}} \frac{T_{\rm CT}}{T_{\rm III}} \frac{S\Omega_{\rm a} \partial \left(\frac{P}{Z(\bar{P})}\right)_{a}}{\partial t} = q_{g}(t) + \int_{t_{0}}^{t} \frac{\partial P_{a}}{\partial \tau} \varphi(t-\tau) d\tau , \qquad (9)$$

где  $\left( \frac{\bar{P}}{z(\bar{P})} \right)_{a}$  приведенное среднее давление в активном поровом

объеме.

Модель двухобъемного дренирования позволяет получать практически значимые результаты расчетов в условиях ограниченных данных о слабодренируемых периферийных частей залежи и их состояния.

2.2.2 Прокси-модели зонального дренирования газовой залежи в условиях проявления газового и водонапорного режимов

Удовлетворительные результаты расчетов по изменению пластового давления в скважинах могут быть оперативно получены с использованием модели зонального дренирования газовой залежи. В этой модели может быть учтена двухобъемность дренирования не только газовой залежи в целом, но и отдельных зон, в которых имеются локальные слабодренируемые участки.

модели основывается на разделении Принцип построения такой фиксируемое газоносного пласта на количество разно аккумулируемых/дренируемых зон с определенной схемой возможных межзональных перетоков газа. Разделение на зоны проводится по некоторым виртуальным границам, которые для крайних зон аппроксимируют контур залежи. В такой модели не требуется знания детального распределения фильтрационно-емкостных свойств пласта, а рассматриваются лишь зоны с относительно однородными, но разными свойствами. Таким способом учитываются основные черты геологического строения пласта, например, наличие разнопроницаемых участков, пропластков, блоков. При делении пласта на зоны учитываются также особенности дренирования залежи при неравномерном размещении эксплуатационных скважин и ограничениях, накладываемых промысловой технологической схемой закачки и отбора газа.

Масштабирование пласта возможно от удельных дренируемых поровых объемов в окрестности отдельных скважин до укрупненных зон, охватывающих группы рядом расположенных скважин. Такая модель позволяет учесть для каждой зоны разную приемистость/продуктивность окружающих зон и водоносной области, а также разнодебитность скважин.

В основу рассматриваемой модели положены уравнения материального баланса для каждой выделенной зоны с учетом межзональных перетоков газа:

$$\frac{dV_i}{dt} = \frac{1}{P_{\rm CT}} \frac{\frac{T_{\rm CT}}{T_{\rm ILT}} d\left(\Omega_i \frac{P_i}{z(\overline{P_i})}\right)}{dt} = q_i + \sum_{j=1}^m q_{\rm nep} ij$$
(10)

где V<sub>i</sub> – объем газа в i-й зоне в стандартных условиях;

t – время;

Ω<sub>i</sub> – газонасыщенный поровый объем i-й зоны (i = 1, 2, 3, ..., n; n – количество выделенных зон в газовой залежи);

Р<sub>і</sub>- среднее пластовое давление в і-й зоне;

Т<sub>ст</sub>, Т<sub>пл</sub> – температура стандартная и пластовая соответственно;

z(P<sub>i</sub>) – коэффициент сжимаемости газа при пластовой температуре;

 $\pm$  q<sub>i</sub> – расход закачиваемого (+) / отбираемого (–) газа в i-й зоне;

q<sub>пер.ij</sub> – расход перетока (приток (+) /отток (–)) газа между і-ым и ј-ым укрупненными участками (j = 1, 2, 3, ..., m; m – количество зон, соседних с i-й зоной).

В каждой зоне могут находится одна или несколько эксплуатационных скважин. Если в i-ой зоне находятся несколько скважин, то расход газа в ней определяется как суммарный по этим скважинам:

$$q_i = \sum_{k=1}^N q_k , \qquad (11)$$

где N – количество скважин в зоне.

В принимаемой схеме межзональных перетоков газа соседними считаются зоны, имеющие общие границы. Переток газа между i-й и соседней j-й зонами определяется по следующей формуле:

$$q_{\pi e p_{i-j}} = C_{\pi e p_{i-j}} \left( \bar{P}_i^2 - \bar{P}_j^2 \right),$$
(12)

где C<sub>i,j</sub> – коэффициент перетока газа (взаимосвязи) между соседними зонами.

Коэффициент взаимосвязи между зонами выражается следующей формулой:

$$C_{\operatorname{nep}_{i-j}} = \frac{k_i + k_j}{2\mu} \left( \frac{S_{ij}}{L_{ij}} \right), \tag{13}$$

где k<sub>i</sub>, k<sub>j</sub> – средние проницаемости соседних і-й и j-й зон соответственно;

µ – вязкость газа в пластовых условиях;

S<sub>i,j</sub> – площадь виртуальной контактной поверхности соседних зон;

L<sub>i,j</sub> – расстояние между центрами соседних зон.

Рассмотренная система уравнений достаточна в условиях проявления газового режима для решения прямых задач прогнозирования изменения пластового давления с заданными расходами газа по зонам при известных коэффициентах С<sub>i,j</sub>. Эта система уравнений также достаточна для решения обратных задач идентификации коэффициентов С<sub>i,j</sub> по истории пластового давления и расходов газа по зонам.

При водонапорном режиме газонасыщенные поровые объемы зон вследствие продвижения пластовых вод являются переменными величинами и для них можно написать:

$$\frac{d\Omega_i}{dt} = q_{\rm Bi} \tag{14}$$

Для расхода оттесняемой/вторгающейся в зону пластовой воды q<sub>в.i</sub> можно использовать прокси-модель линейной зависимости расхода от разности между текущим средним давлением в рассматриваемой зоне и начальным гидростатическим давлением в пласте P<sub>ГС</sub>, т.е.

$$q_{w_i} = C_{w_i}(\bar{P}_i - P_{\rm rc}) , \qquad (15)$$

где С<sub>w.i</sub> – коэффициент подвижности пластовой воды в i-й зоне.

Таким образом, при водонапорном режиме модель зонального дренирования газовой залежи описывается замкнутой системой уравнений (11)– (15). Уравнение определения пластового давления можно выразить следующим образом:

$$\overline{P}_{i}(t) = \frac{-\frac{f\Omega_{i}}{z(\overline{P}_{i}(t))} + \sqrt{\left(\frac{f\Omega_{i}}{z(\overline{P}_{i}(t))}\right)^{2} + 4\sum_{j=1}^{m} C_{i,j}\left(q_{i} + f\Omega_{i}\frac{\overline{P}_{i}(t-\Delta t)}{z(\overline{P}_{i}(t-\Delta t))} + \sum_{j=1}^{m}\overline{P}_{j}^{2}C_{i,j}\right)}{2\sum_{j=1}^{m} C_{i,j}}$$
(16)

При определении пластового давления по формуле (16) может использоваться как явная, так и неявная схема расчета. При явной схеме перетоки газа между зонами определяются разницей давлений в начале каждого временного шага  $\Delta t$ , а давление находится для конечного момента времени на каждом шаге. При неявной схеме перетоки определяются разницей давлений для конечного момента времени временного интервала, для которого давление неизвестно и его необходимо определить. В этом случае проводятся При явной схеме требуется итерационные расчеты. не проведение итерационных расчетов, но для их устойчивости необходимы малые пошаговые интервалы времени, которые могут подбираться опытным путем.

В результате расчетов на модели зонального дренирования газовой залежи получаются массив значений Ω<sub>i</sub>, C<sub>i,j</sub> и зависимости изменения во времени величин P<sub>i</sub>, V<sub>i</sub> для каждой зоны.

# 2.3 Прокси-модели зональной газонасыщенности пласта при водонапорном режиме

С целью учета наиболее важных особенностей продвижения газа и воды в залежи может использоваться модель зональной газонасыщенности пласта при водонапорном режиме.

В общем случае в пласте можно выделить следующие зоны газонасыщенности [63]:

- чисто газовая зона с начальной газонасыщенностью,

- обводненная при отборе газа из зон с остаточной газонасыщенностью,

- осушенная в процессе закачки газа в пласт с остаточной водонасыщенностью в случае эксплуатации ПХГ,

- чисто водоносная зона, расположенная за пределами начального ГВК.

Уравнение материального баланса для газовой залежи, учитывающее укрупненные зоны газоносности с различными средними газонасыщенностями принимает вид:

$$V_{\rm r} + V_{\rm oc} + V_{\rm o6} = V_0 + \int_{t_0}^t q(t) dt , \qquad (17)$$

где  $V_{\rm r}, V_{\rm oc}, V_{\rm of}$  – текущий объем газа в стандартных условиях в газовой, осушенной и обводненной зонах;

*V*<sub>0</sub> – начальный объем газа.

Уравнения материального баланса газа для выделенных зон газоносности представлены в следующем виде.

Для газовой зоны:

$$\frac{1}{P_{\rm cr}} \frac{T_{\rm cr}}{T_{\rm n,r}} S_{\rm Ha^{\rm q}} \frac{d\left(\Omega_{\rm r}\left(\bar{P}/_{Z}(\bar{P})\right)_{\rm r}\right)}{dt} = q_{\rm nep}(t) + q_{g}(t)$$
(18)

Для осушенной зоны:

$$\frac{1}{P_{\rm cr}} \frac{T_{\rm cr}}{T_{\rm n,r}} S_{\rm oc} \frac{d \left( \Omega_{\rm oc} \left( \frac{\bar{P}}{z(\bar{P})} \right)_{\rm {\scriptscriptstyle \Gamma B K}} \right)}{dt} = -q_{\rm nep}(t)$$
<sup>(19)</sup>

Для обводненной зоны:

$$\frac{1}{P_{\rm CT}} \frac{T_{\rm CT}}{T_{\rm II,I}} S_{\rm OG} \left( \frac{\bar{P}}{z(\bar{P})} \right)_{\rm FBK} \frac{d(\Omega)}{dt} = q_w(t)$$
<sup>(20)</sup>

Для расчета изменения во времени давления на опорном контуре, в качестве которого принимается укрупненная скважина и при условии постоянного расхода воды используется следующая функция:

$$P_k(R_{\rm yc},t) = P_{\rm H} - \frac{q_{\rm wyc}}{B}\bar{P}({\rm fo}), \qquad (21)$$

где *R*<sub>vc</sub>- радиус укрупненной скважины;

*В* – коэффициент пропорциональности при постоянном во времени перепаде давления;

*q*<sub>wyc</sub> – дебит воды укрупненной скважины;

 $\overline{P}(fo)$  - некоторая известная для данных параметров водоносной области пласта безразмерная функция влияния.

Выражение для функции  $\overline{P}$  (fo) зависит от условий на внешней границе водоносного пласта.

Для расчета давления в обводненной зоне пласта используется следующая функция:

$$\bar{P}_{_{\Gamma BK}} - P_{_{K}} = C_{_{W}}q_{_{W}}\frac{\mu_{_{W}}}{hkk_{_{W}}}ln\left(\frac{\Omega_{0}}{\Omega}\right) - \rho_{_{W}}g(Z(\Omega_{0}) - Z(\Omega)), \qquad (22)$$

где  $\mu_w$  - вязкость пластовой воды;

 $Z(\Omega)$  – вертикальная координата ГВК, соответствующая поровому объему  $\Omega$ ;

 $kk_w$  – абсолютная и относительная критическая фазовая проницаемость для воды;

*С<sub>w</sub>* – коэффициент, учитывающий геометрические особенности продвижения пластовой воды в залежь;

*h* - средняя толщина пласта.

Для расчета давления в осушенной зоне пласта используется следующая формула:

$$C_{\text{пер}} \frac{2hkk_g}{\mu_g} \frac{(P_{\text{ГВК}}^2 - \bar{P}_{\Gamma}^2)}{\bar{P}_{\Gamma}} = q_{\text{пер}} \ln\left(\frac{\Omega}{\Omega_{\Gamma}}\right), \tag{23}$$

где  $k_g$  – относительная критическая фазовая проницаемость для газа;

 $\mu_{g}$  – вязкость газа;

С<sub>пер</sub> - коэффициент, учитывающий геометрические особенности перетока между чисто газовой и осушенной зонами.

# 3 Совершенствование методов газогидродинамического проксимоделирования газовых промыслов и ПХГ

### 3.1 Общие положения

В практических расчетах, рассмотренные модели во второй главе, в ряде случаев не позволяют добиться корректного прогноза добычи воды и газа и соответствия расчетного изменения пластового давления к фактическому. Для более корректного учета изменения пластового давления в работе предложено модифицировать прокси-модели газовой залежи по двум направлениям. Первое направление предполагает более корректный учет с помощью введения функций относительных фазовых проницаемостей. Второе направление связано с учетом характеристик объектов внутрипромыслового транспорта и компримирования газа за счет комплексирования модифицированной прокси-модели с проксимоделями движения газа по стволу скважин, внутрипромыслового транспорта и компримирования газа.

# 3.2 Использование функций относительных фазовых проницаемостей при прокси-моделировании газовой залежи в условиях проявления водонапорного режима

В условиях проявления водонапорного режима происходит неполное вытеснение двух несмешивающихся в пласте флюидов. За фронтом вытеснения образуется область совместной фильтрации газа и воды. Для описания процессов фильтрации двух флюидов (вода \ газ) применяются функции относительных фазовых проницаемостей [32, 33, 64, 69, 71, 80].

В работах [17, 64, 74, 75, 82, 83, 94, 100, 121, 123] показано, что основными параметрами при определении зависимостей ОФП являются насыщенность порового пространства, структурные особенности порового пространства и распределение фаз в поровом пространстве.

Для определения ОФП наиболее эффективными считаются лабораторные методы исследования на керновом материале [72]. При этом большинство таких методов направлены на определение фазовых проницаемостей при

однонаправленных процессах вытеснения, для которых получены аппроксимирующие функции относительных фазовых проницаемостей для газа и воды от насыщенности [2, 7, 11, 12, 30, 34, 39, 41, 57, 72, 95, 97, 64]:

Таблица 3.1 - Аппроксимирующие функции относительных фазовых проницаемостей для газа и воды от насыщенности

N⁰	Газ	Вода		
1	$k_g(S_g) = \left(\frac{S_g - 0.1}{0.9}\right)^{3.5} (4 - 3S_g)$ при $0.1 \le S_g \le 1$	$k_w (S_g) = \left( rac{0.8 - S_g}{0.8}  ight)^{3.5}$ при $0 \le S_g \le 0.8$		
	$k_g(S_g) = 0$ при $0 \le S_g \le 0.1$	$k_w(S_g) = 0$ при $0.8 \le S_g \le 1$		
2	$k_g(S) = a_g \left( \frac{S - S_*}{S^* - S_*} \right)^{\varepsilon}; a_g, \varepsilon$ - экспериментальные параметры	$k_{w}(S) = b_{w} \left( \frac{S^{*} - S}{S^{*} - S_{*}} \right)^{\beta}; b_{w}, \beta$ - экспериментальные параметры		
3	$k_{a}(S_{w}) = 1.4172 - 3.034665 * S_{w} +$	$k_w(S_w) = -0.04808 + 0.55482 * S_w -$		
	$+1.702221*S_w^2 - 0.088888*S_w^3$	$-2.1339 * S_w^2 + 2.7358 * S_w^3$		
4	$k_g(S_w) = 1.94 - 5.674 * S_w + 5.515 * S_w^2$	$k_w(S_w) = -0.17 + 0.033 * S_w + 0.994 * S_w^2$		
	$k_g(S_w) = 0.000774 * S_w^{(-4.451)}$	$k_w(S_w) = 1.99 * S_w^{1348} - 0.00017$		
		$k_w(S_w) = 0.995 * S_w^{1348} - 0.000087$		
5	$k_g(S_u) = \left(\frac{S_u^* - S_w}{S_w^*}\right)^3$	$k_w(S_w) = S_w^3$		
	$S_{w}^{*} = 0.8 + \frac{0.2 * \Delta P}{\Delta P + 0.2},  \Delta P = P_{g} - 1$			
6	$k_g(S_g) = 1.4256 * (S_g - 0.216)$	$k_w(S_g) = 1.6329 * (0.7 - S_g)^2$		
7	$k_{g}(S_{w}) = \left(\frac{0.9 - S_{w}}{0.9}\right)^{3} (1 + 3S_{w})$	$k_w(S_w) = \left(\frac{S_w - 0.2}{0.8}\right)^2$		
	$k_g(S_w) = 0$ при $0.9 \le S_w \le 0.9$	при $0.2 \le S_w \le 1$ $k_u(S_w) = 0$ при $0 \le S_u \le 0.2$		

В практике [32, 73, 117, 118] разработки месторождений нашла применение аппроксимирующая двухпараметрическая степенная функция Кори (№ 2).

При этом в работе [17, 64] показано, что разные направления вытеснения (пропитка и дренаж) характеризуются различными функциями относительной фазовой проницаемости. Различие заключается в неравенстве значений критической насыщенности, а также значений проницаемости для одинаковой насыщенности, при этом наибольшее отличие характерно для газовой фазы.

В случае многократно чередующихся процессов дренажа и пропитки (вытеснения водой газа и газом воды) наблюдается гистерезис ОФП, который характеризуется эффектом уменьшения газонасыщенности в области свободного газа и ее увеличения в приконтактной переходной области, снижении репрессионной воронки давления в газонасыщенной области пласта (при закачке газа) и увеличении депрессионной воронки давления и водного фактора при отборе газа.

ОФП могут быть учтены как при построении прокси-моделей зонального дренирования газовой залежи в условиях проявления водонапорного режима (1), так и для прокси-моделей зональной газонасыщенности пласта при водонапорном режиме (2) при расчетах перетоков между зонами.

$$\frac{dV_i}{dt} = \frac{1}{P_{\rm CT}} \frac{\frac{T_{\rm CT}}{T_{\rm III}} d\left(\Omega_i \frac{P_i}{z(\overline{P_i})}\right)}{dt} = q_i + \sum_{j=1}^m q_{\rm nep} ij$$
(1)

$$V_{\rm r} + V_{\rm oc} + V_{\rm o6} = V_0 + \int_{t_0}^t q(t) dt$$
 (2)

Так формула для перетока (3), (4):

$$q_{\operatorname{nep}_{i-j}} = C_{\operatorname{nep}_{i-j}} \left( \bar{P}_i^2 - \bar{P}_j^2 \right)$$
(3)

$$C_{\operatorname{nep}_{i-j}} = \frac{k_i + k_j}{2\mu} \left( \frac{S_{ij}}{L_{ij}} \right)$$
(4)

Может быть записана в следующем виде:

$$q_{\operatorname{nep}_{i-j}} = \frac{\left( \left( \frac{K_w(S_x)_i}{\mu_w} + \frac{K_g(S_x)_i}{\mu_g} \right) + \left( \frac{K_w(S_x)_j}{\mu_w} + \frac{K_g(S_x)_j}{\mu_g} \right) \right)}{2} \frac{S_{i,j}}{L_{i,j}} \Delta P,$$
(5)

где  $\Delta P = (\bar{P}_i^2 - \bar{P}_j^2)$  - для перетока газа и  $\Delta P = (\bar{P}_i - \bar{P}_j)$  - для перетока воды;

k<sub>i</sub>, k<sub>j</sub> – средние проницаемости соседних і-й и j-й зон соответственно;

μ - вязкость;

S<sub>i,j</sub> – площадь виртуальной контактной поверхности соседних зон;

L<sub>i,j</sub> – расстояние между центрами соседних зон;

 $S_x$  — насыщенность (вода \ газ), при вытеснении газа водой  $S_w$ , при вытеснении воды газом  $S_g$ ;

К<sub>w</sub> – функция относительной фазовой проницаемости для воды от насыщенности;

Kg – функция относительной фазовой проницаемости для газа от насыщенности.

3.2.1 Пример создания и адаптации гидродинамической прокси-модели для расчета газовой залежи, учитывающей функции относительных фазовых проницаемостей в условиях водонапорного режима

модифицированной Рассмотрим пример создания И адаптации гидродинамической газовой месторождения, прокси-модели залежи эксплуатирующегося при водонапорном режиме. Дополнительно построена (ГДМ) детализированная гидродинамическая модель В коммерческом симуляторе.

При построении прокси-модели [95, 10, 110] газовая залежь условно разбивается на отдельные взаимосвязанные зоны по количеству скважин (18 скв.). Так как залежь является водоплавающей, и отмечается сильное влияние водонапорной системы, то законтурный водоносный горизонт представлен как укрупненная водоносная скважина с большими запасами и применен метод Картера-Трейси (метод интегрирования с фиктивной историей) расчета совокупного перетока пластовой воды при переменных во времени условиях на стенке укрупненной скважины. Взаимовлияние скважин учтено как через прямое

взаимодействие посредством задания коэффициентов перетоков, так и через общие зоны питания.

В качестве неопределённых параметров в модели выступают значения запасов по отдельным скважинам, коэффициенты сообщаемости (перетоков) скважин между собой и водоносным горизонтом. Всего более 60 параметров неопределённости.

На первом этапе произведен поскважиный анализ динамики изменения пластового давления за весь период эксплуатации объекта, при этом выделяются три зоны, характеризующиеся различными темпами изменения параметра (рисунок 3.1). Вследствие чего созданы три укрупненные зоны, связанные как между собой, так и с укрупненной водоносной скважиной.



Рисунок 3.1 - Динамика пластового давления по скважинам

Для поиска адаптационных параметров (геологические запасы по отдельным скважинам и константы перетока, характеризующие взаимодействие скважин) может быть использован генетический алгоритм [10, 25, 107, 120],

основанный на случайном подборе, комбинировании и вариации искомых параметров. При этом вводится ограничение на суммарные запасы по всем скважинам, которые должны превышать не принятые В проектном технологическом документе начальные геологические запасы газа. Рассматривается необходимость минимизации невязки между расчетными параметрами и фактическими данными, в качестве которых принимаются пластовое давление и накопленная добыча газа.

Кроме того, в генетическом алгоритме поиска глобального решения применяется метод градиентного спуска для сбивки истории и расчетных данных по определению пластового давления и накопленного объема газа на каждый временной шаг (1 месяц) с учетом изменения PVT-свойств пластового флюида, объемов порового пространства, насыщенностей пласта:

Пусть задана целевая функция [10, 110]:

$$F(\vec{x}): X \to R \tag{6}$$

И необходимо найти ее минимум:

$$F(\vec{x}) \to \min_{\vec{x} \in X} F$$
 (7)

Функция (7) минимизируется в направлении антиградиента:

$$-\lambda^k \nabla F(x^k) \tag{8}$$

В качестве минимизируемого функционала выбирается следующий:

$$F = \frac{\sum_{1}^{n} \left( 1 - \frac{\sum_{1}^{m} (p_{\Pi, \Pi_{j}} \Omega_{j})}{\sum_{1}^{m} (\Omega_{j})} \right)}{n} \quad , \tag{9}$$

где n – количество шагов расчета;

m - количество скважин в расчете;

 $p_{\pi\pi i}$ - пластовое давление в зоне ј скважины;

 $\Omega_i$ - поровый объем ј зоны.

Для каждого выбранного параметра проводится итеративный расчет антиградиента с заданной точностью.

Результаты расчета по выделенным зонам позволили определиться с наличием их взаимовлияния, а также распределением запасов между ними.

На втором этапе осуществляется последовательное разукрупнение и адаптация каждой из трех выделенных зон, при условии фиксации запасов и коэффициентов перетоков, по двум другим зонам. При этом вводится ограничение на суммарные запасы по скважинам детально рассматриваемой зоны, которые не должны превышать расчетное значение по ней из первой итерации.

После последовательной адаптации каждой из зон собирается общая схема прокси-модели по объекту разработки и проводится ее доадаптация на фактические данные за счет подбора коэффициентов перетока между скважинами. С учетом того, что коэффициенты перетока подбирались в предыдущие шаги расчетов, то в конечной схеме они имеют стартовые значения близкие к искомым. Как следствие это снижает количество итераций для поиска параметров при адаптации конечной модели.

Дополнительно к описанному подходу в рамках получения промежуточных решений по скважинам при детализации зон осуществляется корректировка функций относительных фазовых проницаемостей (ОФП) газвода, например, описываемых моделью Кори (Corey) [106], за счет подбора коэффициентов по газу и воде, входящих в уравнения:

$$K_{rg} = E_g * \left(\frac{S_g - S_{gc}}{S_{mg} - S_{gc}}\right)^{n_g},\tag{10}$$

$$K_{rw} = E_w * \left(\frac{S_w - S_{wc}}{S_{mw} - S_{wc}}\right)^{n_w},\tag{11}$$

где E – максимальные относительные проницаемости флюидов (g – газ, w – вода);

*n* – показатель степени Кори;

*S*<sub>m</sub> – максимальная насыщенность флюида;

*S* – текущая насыщенность флюида;

*S*<sub>с</sub> – остаточная насыщенность флюида.

Использование аналитических уравнений ОФП предполагает их адресную адаптацию на фактические данные по скважинам. Это дает возможность их индивидуальной корректировки при наличии дополнительных исследований по динамике обводненности вследствие образования и подтягивания конуса воды. В условиях отсутствия данных исследований частным решением можно считать адаптацию функций ОФП только на последний замер обводненности, который и будет характеризовать текущее состояние по добыче воды в условиях конусообразования. При неизменном режиме эксплуатации скважин на период прогнозирования применение данного подхода можно считать обоснованным, но при плановых изменениях дебита скважины прогнозирование добычи воды может сопровождаться значительными погрешностями, вследствие отклонения законов подтягивания конуса воды от обводнения скважины «по пласту».

В настоящей работе применение функций Кори при создании проксимодели обусловлено адресностью их использования и простотой адаптации на фактические данные. При этом допускается использование иных аналитических (регрессионных) зависимостей, если это позволит качественно описать процесс обводнения скважин без потери временных ресурсов на переадаптацию модели.

Несмотря на увеличение времени, затрачиваемого на адаптацию модели ОФП. позволяет при введении ИХ учет корректней прогнозировать распределение запасов между скважинами, а также В последующем осуществлять прогноз добычи воды. В частности, для рассматриваемого месторождения при адаптации его по выделенным трем зонам некорректный учет ОФП приводит к завышению суммарных запасов (при отключении контроля по величине запасов) на 11,5 % и кратному уменьшению коэффициентов перетока от 1,2 до 4 раз.

Дальнейшая доадаптация такой модели при появлении новых данных по добыче газа, воды и пластовым давлениям, при неизменном количестве скважин, предполагает только корректировку ОФП и коэффициентов перетока. При этом ввод новых скважин прокси-модель не описывает, и при их появлении цикл адаптации модели необходимо повторять сначала.

Прогнозирование добычи газа в созданной прокси-модели осуществляется за счет комплексирования прокси-модели газовой залежи с прокси-моделями движения газа по стволу скважин, внутрипромыслового транспорта и компримирования газа, задания значений забойного давления либо дебита газа по каждой из скважин, а также имеющихся ограничений по депрессии на пласт, величине забойного давления или скорости газа в насосно-компрессорных трубах. При этом в прокси-модели запасы газа по скважинам или зонам и коэффициенты перетока фиксируются, а поиск решения осуществляется за счет применения градиентного метода.

Оценка качества прогнозных расчетов с использованием описанной прокси-модели осуществлена в сопоставлении с результатами расчета на мелкомасштабной гидродинамической модели залежи (ЗД ГДМ). Расчет осуществлялся в режиме заданных забойных давлений (отпущенных отборов) на период 2 года. Шаг расчета 1 месяц. Результаты расчета по отдельной скважине и по активу в целом представлены на рисунке 3.2 и 3.3, соответственно.



Рисунок 3.2 - Сопоставления профиля добычи газа и пластового давления в ГДМ и прокси-модели для скважины



Рисунок 3.3 - Сопоставления профиля добычи газа в 3Д ГДМ и прокси-модели по активу в целом

При сопоставлении результатов расчета на ЗД ГДМ и с использованием прокси-модели отмечается высокая сходимость расчетных параметров, особенно в первый год прогноза. В прокси-модели коэффициенты фильтрационных сопротивлений принимались по результатам последних ГДИ, а отклонения тренда пластового давления от фактических данных компенсировалось позволяет говорить о полном введением поправки, ЧТО соответствии фактических и расчетных данных. Расхождения результатов прогноза в конце расчетного периода обусловлены несоответствием трендов изменения пластового давления в 3Д ГДМ и прокси-модели, а также отличием характера влияния водоносной области на отдельные скважины, и как следствие характера насыщения районов дренирования скважин. Этими явлениями в том числе обусловлено и расхождение результатов расчета по активу в целом.

Кроме сходимости решения немаловажным фактором при сопоставлении гидродинамических и прокси-моделей является скорость прогнозных расчетов и их адаптации. Так, расчет двух лет прогноза на 3Д ГДМ занимает от 15 до 40 минут, в зависимости от модификаций, при этом расчет такого же периода времени в прокси-модели занимает 20-30 секунд. Время, требуемое на

131

адаптацию прокси-модели с учетом необходимости подбора запасов по отдельным зонам и скважинам, и коэффициентов перетока в условиях неопределенности наличия гидродинамической связи, и как следствие взаимовлияния между скважинами, оценивается в 2-3 дня. Доадаптация модели при появлении новых данных требует корректировки только коэффициентов перетока между скважинами и занимает по времени не более 1 часа. В целом использование прокси-модели позволит на порядок сократить время на адаптацию и проведение прогнозных расчетов по отношению к ГДМ.

# 3.3 Разработка прокси-моделей внутрипромыслового транспорта и компримирования газа, основанных на применении искусственных нейронных сетей

При оперативном решении задач по управлению газовыми промыслами и ПХГ существенное влияние оказывают технологические ограничения, накладываемые системами внутрипромыслового транспорта и компримирования газа. Движение газа по стволу скважин и в объектах внутрипромыслового транспорта и компримирования газа может представляться прокси-моделями гидравлических потерь давления [51, 9, 76, 119].

В общем случае система уравнений, описывающих установившееся движение газа в скважинах и объектах внутрипромыслового транспорта газа имеет следующий вид (здесь и далее знак плюс принимается при закачке, знак минус – при отборе газа) [65]:

$$\pm (P_{c,k}^{2} - \overline{P}_{i}^{2}) = A_{k} |q_{k}| + B_{k} q_{k}^{2};$$

$$\pm (P_{y,k}^{2} (e^{s})^{2} - P_{c,k}^{2}) = \theta_{k} q_{k}^{2};$$

$$\pm (P_{mn,k}^{2} - P_{y,k}^{2}) = B_{mn,k} q_{k}^{2};$$

$$\pm (P_{\Gamma P\Pi}^{2} - P_{mn,k}^{2}) = B_{\Gamma P\Pi,k} q_{k}^{2};$$

$$\pm (P_{K\Pi}^{2} - P_{\Gamma P\Pi}^{2}) = B_{K\Pi} q_{K\Pi}^{2};$$

$$\pm (P_{K\Pi}^{2} - P_{\Gamma P\Pi}^{2}) = B_{K\Pi} q_{\Gamma N\Gamma}^{2};$$

$$\pm (P_{V\Pi\Gamma}^{2} - P_{C\Gamma}^{2}) = B_{C\Gamma} q_{\Pi N\Gamma}^{2},$$

$$(12)$$

где  $A_k$  и  $B_k$  – коэффициенты фильтрационного сопротивления для k-й скважины;

θ<sub>k</sub>, В<sub>шл.k</sub>, В<sub>ГРП·k</sub> – коэффициенты гидравлического сопротивления в стволе, шлейфе, регулирующего устройства на газораспределительном пункте (ГРП) для k-й скважины соответственно;

е<sup>s</sup> – поправка на вес столба газа в скважине;

В<sub>КЛ</sub>, В<sub>УПГ</sub>, В<sub>СГ</sub> – коэффициенты гидравлического сопротивления в коллекторе (КЛ), установке подготовки газа (УПГ), соединительном газопроводе (СГ) соответственно;

 $q = \sum_{i=1}^{n} q_i$  - расход газа;

q<sub>к</sub> – расход газа по коллектору (может включать расход по нескольким зонам пласта);

Р<sub>с.к</sub>, Р<sub>у.к</sub>, Р<sub>шл.к</sub> – давления на забое, устье, ГРП со стороны шлейфа k-й скважины соответственно;

Р<sub>ГРП</sub> – давление на ГРП со стороны коллектора;

Ркл – давление на УПГ со стороны коллектора;

Рупг – давление на УПГ со стороны компрессорной станции (КС);

Р<sub>СГ</sub> –давление на КС со стороны соединительного газопровода (СГ);

Р<sub>МГ</sub> – давление в магистральном газопроводе (МГ) в точке подключения СГ.

В настоящей работе предлагается метод создания и применения искусственных нейронных сетей (ИНС) [24, 28, 36, 52, 58, 89, 92, 101, 104, 116] для осуществления моделирования процессов системы «пласт-скважинавнутрипромысловый транспорт и компримирование газа».

Для решения задачи было предложено частичное замещение детерминированных математических моделей внутрипромыслового транспорта и компримирования двумя искусственными нейронными сетями.

3.3.1 Построение и обучение искусственной нейронной сети, описывающей модель компрессорной станции

В качестве исходной информации для проверки работы метода был использован пример данных по трем газоперекачивающим агрегатам с работы последовательно-параллельными режимами И регулируемым электроприводом, мощности которых составляли 8, 12, 12 МВт соответственно. Технические сложности В непосредственном измерении мощности и, следовательно, КПД энергопривода и нагнетателя приводят к необходимости их определения с использованием доступных и измеряемых параметров, таких как: давление на входе  $(P_{in})$  и выходе  $(P_{out})$  из компрессора и расход рабочего тела (Q), связанные между собой известными соотношениями термодинамики. В итоге получается зависимость следующего вида:

$$N = f(P_{in}; P_{out}; Q) \tag{13}$$

Таким образом, для построения искусственной нейронной сети (ИНС) предложено использовать вектора (*P<sub>in</sub>*, *P<sub>out</sub>, <i>Q*, *N*).

Исходные данные были разбиты на обучающую и тестовую выборки. В обучающую выборку попали 60 %, в тестовую 40 % данных всей выборки.

Для данной исходной выборки и воспроизводимой зависимости оптимальной является следующая конфигурация:

– 1 входной слой,

– 5 скрытых слоев,

– 1 выходной слой.

Количество нейронов на входном слое соответствует количеству параметров, на которых будет производиться обучение. В данном случае это 3 параметра (давление на входе ( $P_{in}$ ) и выходе ( $P_{out}$ ) из компрессора, расход рабочего тела (Q)).

Выбор количества нейронов в скрытом слое производился эмпирическим путем. Были получены оптимальные результаты с числом нейронов на скрытых слоях:

– 1 скрытый слой – 5 нейронов,

- 2 скрытый слой 10 нейронов,
- 3 скрытый слой 20 нейронов,
- 4 скрытый слой 10 нейронов,
- 5 скрытый слой 5 нейронов.

Число нейронов выходного слоя зависит от числа параметров, которые необходимо определить. В данном примере - это 2 параметра (мощность (N) и скорость (V)).

Обучение нейронной сети

Для обучения нейронной сети использовался метод обратного распространения ошибки, который состоит из двух этапов [70]:

1) Прямой проход. В результате которого, определяются значения выходных параметров компрессора.

Состояние нейрона определяется по формуле:

$$S = \sum_{i}^{n} x_{i} w_{i} + bias \tag{14}$$

где *n*-число входов нейрона;

*x*<sub>*i*</sub>- значение і-го входа нейрона;

bias-смещение;

*w*<sub>*i*</sub>- весовой коэффициент.

Затем определяется значение функции активации:

$$Y = f(S) \tag{15}$$

где *S*-состояние нейрона;

f - функция активации (например,  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ .)

 Обратный проход. При котором, сравниваются полученные значения с фактическими данными и при необходимости происходит уточнение конфигурации (весовых коэффициентов) для минимизации ошибки работы сети.

Ошибка выходного слоя определяется по формуле:

$$\delta_i = y_i - t_i \tag{16}$$

где  $\delta_i$  – ошибка i-го нейронного элемента выходного слоя;

*у<sub>i</sub>*- выходное значение i-го нейронного элемента выходного слоя;

*t<sub>i</sub>*- эталонное значение i-го нейронного элемента выходного слоя.

Среднеквадратичная ошибка сети вычисляется по формуле:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i} (y_i - t_i)^2$$
(17)

где *y*<sub>*i*</sub>- выходное значение i-го нейронного элемента выходного слоя;

 $t_i$ – эталонное значение i-го нейронного элемента выходного слоя.

Если ошибка меньше заданного значения, обучение прекращается, иначе, измененные весовые коэффициенты используются при следующей итерации обучения.

Значения ошибки всех остальных слоев определяются по формуле:

$$\delta_i = \sum_j \delta_j f(S_i) w_{ij} \tag{18}$$

где индекс ј означает следующий слой по отношению к слою і.

Для проверки возможности применения нейронной сети были исследованы различные методы оптимизации пересчета параметров, а именно: «Momentum», «Nesterov accelerated gradient», «Adagrad», «RMSProp», «Adadelta» и «Adam».

В качестве основы всех методов лежит метод градиентного спуска:

$$g_t = \nabla f(\theta_{t-1})$$

$$\theta_t = \theta_{t-1} - \eta g_t$$
(19)

где  $\theta$  – параметр сети;

*t* – номер текущей итерации;

 $\eta$  – скорость обучения;

 $\nabla f(\theta_{t-1})$  – градиент функции потери.

Мотепtum. В данном методе используется формула скользящего среднего для накопления импульса [124].

$$g_{t} = \nabla f(\theta_{t-1})$$

$$m_{t} = \gamma m_{t-1} + g_{t}$$

$$\theta_{t} = \theta_{t-1} - \eta m_{t}$$
(20)

где  $\theta$  – параметр сети;

ү – коэффициент «инерции»;

*t* – номер текущей итерации;

 $\eta$  – скорость обучения;

 $\nabla f(\theta_{t-1})$  – градиент функции потери.

Nesterov accelerated gradient. Метод построен на принципе применения идеи «заглядывания вперёд» по вектору обновления.

$$g_{t} = \nabla f(\theta_{t-1} - \eta \gamma m_{t-1})$$

$$m_{t} = \gamma m_{t-1} + g_{t}$$

$$\theta_{t} = \theta_{t-1} - \eta m_{t}$$

$$(21)$$

где  $\theta$  – параметр сети;

ү – коэффициент «инерции»;

*t* – номер текущей итерации;

 $\eta$  – скорость обучения;

 $\nabla f(\theta_{t-1} - \eta \gamma m_{t-1})$  – градиент функции потери.

Adagrad. При использовании данного метода, история учитывается как сумма квадрата градиента.

$$g_t = \nabla f(\theta_{t-1})$$

$$G_{t} = G_{t-1} + g_{t}^{2}$$

$$m_{t} = \frac{\eta}{\sqrt{G_{t} + \epsilon}} g_{t}$$

$$\theta_{t} = \theta_{t-1} - m_{t}$$
(22)

где *θ* – параметр сети;

*е* – сглаживающий параметр;

*t* – номер текущей итерации;

 $\eta$  – скорость обучения;

 $\nabla f(\theta_{t-1})$  – градиент функции потери.

RMSProp. В данном методе учитывается усредненный по истории квадрат градиента.

$$g_{t} = \nabla f(\theta_{t-1})$$

$$G_{t} = \gamma G_{t-1} + (1 - \gamma) g_{t}^{2}$$

$$m_{t} = \frac{\eta}{\sqrt{G_{t} + \epsilon}} g_{t}$$

$$\theta_{t} = \theta_{t-1} - m_{t}$$
(23)

где  $\theta$  – параметр сети;

 $\gamma$  – коэффициент «инерции»;

*е* – сглаживающий параметр;

*t* – номер текущей итерации;

 $\eta$  – скорость обучения;

 $\nabla f(\theta_{t-1})$  – градиент функции потери.

Adadelta. В данном методе добавляется стабилизирующий коэффициент в числитель [124].

$$g_{t} = \nabla f(\theta_{t-1})$$

$$G_{t} = \gamma G_{t-1} + (1 - \gamma) g_{t}^{2}$$

$$m_{t} = \frac{\eta \sqrt{G_{t-1} + \epsilon}}{\sqrt{G_{t} + \epsilon}} g_{t}$$

$$\theta_{t} = \theta_{t-1} - m_{t}$$
(24)

где  $\theta$  – параметр сети;

 $\gamma$  – коэффициент «инерции»;

*є* – сглаживающий параметр;

*t* – номер текущей итерации;

 $\eta$  – скорость обучения;

 $\nabla f(\theta_{t-1})$  – градиент функции потери.

Adam. Метод сочетает в себе и идею накопления движения и идею более слабого обновления весов для типичных признаков [114].

$$g_{t} = \nabla f(\theta_{t-1})$$

$$m_{t} = \beta_{1}m_{t-1} + (1 - \beta_{1})g_{t}$$

$$v_{t} = \beta_{2}v_{t-1} + (1 - \beta_{2})g_{t}^{2}$$

$$\overline{m_{t}} = m_{t}/(1 - \beta_{1})$$

$$\overline{v_{t}} = v_{t}/(1 - \beta_{2})$$

$$n_{t} = \frac{\eta}{\sqrt{\overline{v_{t}} + \epsilon}}\overline{m_{t}}$$

$$\theta_{t} = \theta_{t-1} - n_{t}$$

$$(25)$$

где  $\theta$  – параметр сети;

 $\beta_1$ ,  $\beta_2$  – гиперпараметры;

*є* – сглаживающий параметр;

*t* – номер текущей итерации;

 $\eta$  – скорость обучения;

 $\nabla f(\theta_{t-1})$  – градиент функции потери.

Анализ полученных результатов

В таблице 3.2 и на рисунках 3.4 и 3.5 представлены значения среднеквадратичной ошибки обучения параметров (скорость вращения ротора нагнетателя (V) и мощность компрессора (N)) различными методами оптимизации пересчета параметров нейронной сети.

Название	Параметры	Среднеквадратичная	Среднеквадратичная	
метода		ошибка мощности	ошибка скорости	
		компрессора	компрессора	
		(обучения)	(обучения)	
Momentum	$\eta = 0.1$	7.78269E-05	0.000446	
	$\gamma = 0.9$			
Nesterov	$\eta = 0.1$	0.000281	0.002225	
	$\gamma = 0.9$			
Adam	$\eta = 0.1$	5.19E-05	0.000322	
	$\beta_1 = 0.9$			
	$\beta_2 = 0.99$			
Adadelta	$\eta = 0.1$	0.000336	0.003016	
	$\gamma = 0.9$			
	$\epsilon = 1E-08$			
RMSProp	$\eta = 0.1$	0.000405	0.003213	
	$\gamma = 0.9$			
	$\epsilon = 1E-08$			
Adagrad	$\eta = 0.1$	0.000384	0.004369	
	$\epsilon = 1E-08$			

Таблица 3.2 - Результаты обучения, полученные различными методами оптимизации пересчета параметров нейронной сети

Для описания процесса компрессорного режима работы было обработано 205 000 комплектов значений с фактическими замерами для трёх компрессорных установок, две установки из которых были идентичными.

Таким образом, данные сортировались на четыре группы – параллельный и последовательный режим работы двух типов компрессов (8 и 12 МВт).



Рисунок 3.4 - Зависимость среднеквадратичной ошибки по параметру мощности компрессора от числа шагов обучения



Рисунок 3.5 - Зависимость среднеквадратичной ошибки по параметру скорости компрессора от числа шагов обучения

141

В таблице 3.3 показаны примеры расчёта мощностей компрессора на различных режимах работы с помощью различных методов. Для сравнения в таблице приведена фактическая замеренная мощность.

	8МВт	8МВт	12МВт	12МВт
	(serial)	(parallel)	(serial)	(parallel)
Мощность	1495.37	7458.33	11512.73	10426.07
фактическая				
Мощность расчетная	1428.51	7124.84	10997.95	9959.88
(Meтод Momentum)				
Мощность расчетная	1538.10	7671.45	11841.71	10724.00
(Mетод Nesterov)				
Мощность расчетная	1504.57	7304.20	11683.53	10790.19
(Mетод Adam)				
Мощность расчетная	1661.24	8285.63	12789.76	11582.56
(Mетод Adadelta)				
Мощность расчетная	1298.28	6475.33	9995.36	9051.92
(Mетод RMSProp)				
Мощность расчетная	1415.66	7060.77	10899.06	9870.32
(Mетод Adagrad)				

Таблица 3.3 - Сводная таблица мощностей

При сравнении полученных результатов с фактическими данными оказалось, что средняя ошибка при нейронном моделировании составила порядка 1,9% (рисунок 3.6) (в работе используется методе Adam).



Рисунок 3.6 - Сравнение полученных результатов и фактических данных

Проведенные расчеты показали, что при одинаковых условиях ИНС обладает удовлетворительной точностью и скоростью прогнозирования и расчета рабочих характеристик ГПА. Возможность «дообучения» модели позволяет своевременно адаптироваться под изменяющиеся во времени характеристики компрессорных установок. Таким образом применение ИНС позволяет осуществлять расчеты технологических характеристик дожимных компрессорных станций.

3.3.2 Построение и обучение искусственной нейронной сети, описывающей модель внутрипромыслового транспорта газа

В качестве исходной информации для проверки работы метода был использован пример данных с систем телеметрии за 3 условных года. Полученные данные отображают изменение технологических параметров (суммарный расход газа для шлейфа, давление входа в 3ПА для шлейфа, буферное давление для каждой из скважин шлейфа, буферная температура для каждой из скважин шлейфа, дебит газа для каждой из скважин) с интервалом в 1 день. В исходную выборку попали данные двух кустов.

143

Исходные данные были разбиты на обучающую и тестовую выборки. В обучающую выборку попали 60 %, в тестовую 40 % данных всей выборки.

После ряда проведенных экспериментов, было определено, что для данной исходной выборки и воспроизводимой зависимости оптимальной является следующая конфигурация (рисунок 3.7):

- 1 входной слой,
- 1 скрытый слой,
- 1 выходной слой.



Рисунок 3.7 Архитектура нейронной сети

Количество нейронов на входном слое соответствует количеству параметров, на которых будет производиться обучение. В данном случае это 10 параметров (суммарный расход газа для шлейфа, давление входа в ЗПА для шлейфа, буферное давление для каждой из скважин шлейфа, буферная температура для каждой из скважин шлейфа).
Для данной задачи опытным путем были получены оптимальные результаты с числом нейронов на скрытом слое равном 4 и 4 нейронами на выходном слое.

## Анализ полученных результатов.

В качестве функции оптимизации был применен метода Адама [114], произведено 10321 итераций обучения, ошибка при обучении составила 0.0004, время обучения составило 1 час.

На рисунках представлены параметры дебита газа для каждой из скважин (рисунок 3.8).



Ошибка работы сети при прогнозе на 74 дня в среднем составила не более

2%.

# 4 Применение предложенных методов для решения практических задач

#### 4.1 Общие положения

Алгоритм интегрированного газогидродинамического проксимоделирования движения газа в системе «пласт – скважины - объекты внутрипромыслового транспорта и компримирования газа» заключается в пошаговом построении интегрированной прокси-модели. Первым шагом является создание и адаптация прокси-модели пластовой системы и проксимодели водоносной области, затем создаются прокси-модели (KC). внутрипромыслового транспорта компримирования И газа Математические модели описаны в главах 1-3 настоящей работы.

Для осуществления расчетов технологических параметров предложенным методом применяется способ обратного расчета движения флюида от КС до пласта.

Таким образом, алгоритм заключается в итеративном решении системы, описывающей движение флюида от пласта до входа в КС:

$$\begin{cases} f_{\Pi,\Pi,\text{act}}(Q,\gamma) & (1) \\ \text{MHC}_{\text{сеть}}(P,Q) & , \\ \text{MHC}_{\text{KC}}(P\text{BX}, P\text{Bbix}, Q) \end{cases}$$

где  $f_{пласт}(Q, \gamma)$  – прокси-модель залежи;

ИНС<sub>сеть</sub>(*Руст*, *Q*) – ИНС, описывающая модель внутрипромыслового транспорта;

ИНС<sub>ДКС</sub>(*P*вх, *P*вых, *Q*) – ИНС, описывающая модель компримирования газа.

В главе рассмотрены примеры расчета с помощью предложенных алгоритмов для двух ПХГ. На ПХГ «Х» реализован алгоритм расчета пластовой системы, газосборной сети и дожимной компрессорной станции, на ПХГ «Y» - расчет газосборной сети и дожимной компрессорной станции.

Проведено сравнение результатов расчетов, произведенных на разработанном программном комплексе и на гидродинамической модели, реализованной в программном комплексе Schlumberger Eclipse.

### 4.2 Объект исследования. ПХГ «Х»

4.2.1 Технологическая схема работы объекта

Хранение газа ПХГ «Х» осуществляется в соляных кавернах и в истощенном газовом месторождении, соединенных единой газосборной сетью. Закачка и отбор газа осуществляется за счет перепада давления, и с использованием компрессорных установок. ПХГ «Х» подключено к 3 различным магистральным газопроводам с разным рабочим давлением.

Основные параметры технологической схемы работы ПХГ «Х» указаны в таблице 4.1, а принципиальная схема подключения узлов объекта показана на рисунке 4.1.

Таблица 4.1 - Технологические параметры объекта ПХГ «Х»

ΠΑΡΑΜΕΤΡ	ЗНАЧЕНИЕ
Число скважин пластовой части, шт.	14
Число скважин каверновой части, шт.	17
Число газоперекачивающих агрегатов	4





4.2.2 Свойства пластовой системы объекта

Особенностью пластовой части ПХГ «Х» является блоковое строение (блоки условно разделены разломами) и отсутствие водоносного горизонта. Основные характеристики пласта представлены в таблице 4.2, а структурная карта показана на рисунке 4.2.

I аблица 4.2 - Характеристики пластовой части объект	'a IIXI	`≪X≫
--	---------	------

ΠΑΡΑΜΕΤΡ	ЗНАЧЕНИЕ
Максимальная/минимальная глубина, м.	1180.27/577.75
Абсолютная проницаемость, мД	10.16
Пористость	0.02-0.15
Поровый объем, млн.м3	3.05
Максимальный рабочий объем газа, млн.м3	440.31
Наличие непроницаемых разломов	да



Рисунок 4.2 - Структурная карта по кровле пластовой части объекта ПХГ «Х» (номера скважин зашифрованы из соображений коммерческой тайны)

4.2.3 Фактические данные о работе объекта

Для проведения исследований и построения цифровых моделей были получены фактические данные о работе объекта (за 5 месяцев отбора газа и 2 месяца закачки газа), записанные с шагом в 1 день, в следующем составе:

- общий расход газа,
- давление на манифольде системы сбора продукции пластовой части,
- расход газа по скважинам,
- устьевое давление на скважинах,

— пластовое давление с глубинного манометра наблюдательной скважины,

 коэффициенты фильтрационного сопротивления а и b, полученные по результатам проведения исследований на скважинах. 4.2.4 Гидродинамическое моделирование пластовой системы

Для построения полнофункциональных гидродинамических моделей решено использовать симулятор Eclipse компании Schlumberger. Дополнительно расчеты проводились на российском ПО tNavigator компании RFD.

Далее в разделе подробно рассмотрен пример создания как полнофункциональной гидродинамической модели объекта ПХГ «Х», так и прокси-модели.

4.2.4.1 Создание мелкомасштабной гидродинамической модели объекта

основой Первым этапом И для дальнейшего построения полнофункциональной гидродинамической модели объекта является создание геологической модели. Трехмерная цифровая геологическая модель была создана в программном комплексе Schlumberger Petrel, а исходными данными построения послужили следующие геолого-геофизические ДЛЯ ee И промысловые данные:

координаты и альтитуды по скважинам,

отметки пластопересечений в скважинах по пласту-коллектору,

- структурная карта по кровле горизонта,

 средние значения параметров коэффициента пористости и коэффициента проницаемости по скважинам,

значения эффективных толщин по скважинам.

Построение структурной основы выполнялось методом интерполяции (Convergent Interpolation). При этом одним из основных требований являлась «посадка» скважин на структурную поверхность с точностью ≤ 0,4 м. Данное требование является обязательным ввиду того, что даже незначительные сдвиги скважин по вертикали приводят к существенным несоответствиям в картах и, как следствие, искажению основных расчетных характеристик модели – эффективной мощности, пористости и газонасыщенности.

Одним из количественных критериев правильности выполненных построений является оценка объема хранилища газа на основе данных модели, расхождение по которому составило менее 1%.

Созданная геологическая модель объекта ПХГ «Х» имеет размер ячеек по осям Х и Y от 0,1975м до 14,35 м. Размер ячеек по вертикали составил 8,399 м.

При определении размерности фильтрационной модели решалась задача сохранения детальности геологического строения пласта и обеспечения оптимального времени гидродинамических расчетов. В результате данных действий укрупнение ячеек было выполнено по осям X и Y таким образом, что их размер составил 20м×20м. Геометрическая характеристика полнофункциональной гидродинамической модели ПХГ «Х» представлена в таблице 4.3.

Таблица 4.3 - Геометрическая характеристика полнофункциональной гидродинамической модели ПХГ «Х»

ΠΑΡΑΜΕΤΡ	ЗНАЧЕНИЕ
Количество ячеек по оси Х, ед.	124
Количество ячеек по оси Ү, ед.	303
Количество ячеек по оси Z, ед.	22
Общее количество активных ячеек,	826 584
ед.	

Для решения задачи совместной фильтрации газа ПХГ «Х» использована модель типа Eclipse100 «black oil». Данный тип моделей позволяет учесть изменение свойств пластовых флюидов и фазовые переходы, которые будут происходить при снижении пластового давления и, вместе с этим, является оптимальным по параметру времени расчета.

Адаптация полнофункциональной гидродинамической модели производилась по фактическим показателям работы эксплуатационных скважин

и заключалась в корректировке параметра абсолютной проницаемости, проводимости разломов и продуктивных характеристик скважин по результатам газодинамических исследований.

На Рисунке 4.3 показано распределение пористости в гидродинамической модели пласта ПХГ «Х».

Начальное распределение параметра газонасыщенности в модели рассчитывалось с использованием процедуры масштабирования концевых точек зависимостей относительных фазовых проницаемостей [87]. Среднее значение газонасыщенности в модели составило 0.75.



Рисунок 4.3 - Распределение пористости в гидродинамической модели пласта ПХГ «Х»

4.2.4.2 Прокси-модель пластовой системы объекта

Процесс построения прокси-модели пласта условно разделяется на 3 этапа:

декомпозиция пластовой системы на расчетные области (ячейки)
 экспертным путем,

 определение матрицы коэффициентов перетоков флюида между ячейками расчетной сетки с учетом геологического строения пластовой системы,

— адаптация прокси-модели пласта по историческим данным.

Декомпозиция пласта на расчетные области производилась на основе следующих факторов:

— область дренирования запасов каждой скважины,

— распределение параметров пористости и проницаемости по пласту,

 наличие геологических особенностей, таких как непроницаемые разломы и проводящие системы трещин.

Области дренирования запасов для скважин определялись с использованием математического аппарата построения диаграмм Вороного [3] с учетом геологических особенностей объекта, таких как распределение пористости, проницаемости и наличия непроницаемых разломов.

Результаты построения зоны дренирования скважин показаны на рисунке 4.4. Также на рисунке 4.4 показаны возможные направления перетоков, которые нужно исследовать в процессе адаптации прокси-модели к фактическим данным.



Рисунок 4.4 - Зоны дренирования скважин

Согласно данным, полученным в ходе разработки месторождения и ΠΧΓ. последующей эксплуатации пласт имеет осложнение виде В полупроводящего разлома. Данный разлом разделяет скважин ЗОНЫ «107+116+001» и «114+51+53».

Для нахождения матрицы коэффициентов перетоков между зонами был использован итерационный метод градиентного спуска, задачей которого являлась минимизация среднего квадратичного расхождения, рассчитанного и фактического пластового давления по скважинам. Полученные в результате данных действий коэффициенты взаимодействия зон скважин и периферийных зон (указаны в скобках) представлены на рисунке 4.5. Также на рисунке 4.5 показаны коэффициенты взаимодействия между периферийными зонами (указаны около стрелок).



Рисунок 4.5 - Карта перетоков и коэффициентов взаимодействия

После декомпозиции расчетной области на зоны и определения коэффициентов взаимодействия зон в прокси-модель были занесены фактические коэффициенты фильтрационного сопротивления и значения порового объема для каждой из зон.

Результаты прогнозных расчетов параметров пластовой системы, выполненных на полнофункциональной гидродинамической модели и проксимодели, подробно рассмотрены в следующем разделе. 4.2.5 Модель системы сбора и подготовки продукции

Модели наземной сети и ДКС создавались с использованием нейронных сетей.

#### Модель наземной сети

В качестве исходной информации для создания ИНС были использованы ежедневные рапорты работы ПХГ за 2015-2016 годы. Полученные данные отображают изменение технологических параметров (суммарный расход газа для шлейфа, давление входа в регуляторы, буферное давление для каждой из скважин шлейфа, буферная температура для каждой из скважин шлейфа, дебит газа для каждой из скважин) с интервалом в 1 день. В исходную выборку попали данные 13 скважин, пробуренных на пористый объект хранения газа и 17 скважин соляных каверн.

Исходные данные были разбиты на обучающую и тестовую выборки. В обучающую выборку попали 60 %, в тестовую 40 % данных всей выборки.

После ряда проведенных экспериментов, было определено, что для данной исходной выборки и воспроизводимой зависимости оптимальной является следующая конфигурация нейронной сети:

- 1 входной слой,
- 1 скрытый слой,
- 1 выходной слой.

Количество нейронов на входном слое соответствует количеству параметров, на которых будет производиться обучение. В данном случае это 10 параметров (суммарный расход газа для шлейфа, давление входа в регулятор для шлейфа, буферное давление для каждой из скважин шлейфа, буферная температура для каждой из скважин шлейфа).

Выбор количества нейронов в скрытом слое осуществлялся опытном путем и составил 4 нейрона.

На выходном слое 30 параметров (дебит газа для каждой из скважин).

## Модель ДКС

В качестве исходной информации для создания ИНС были использованы ежедневные рапорты работы ПХГ за 2015-2016 годы. Полученные данные отображают изменение технологических параметров ДКС (давление входа, давление выхода, режим работы ДКС, мощность, затрачиваемая ДКС) с интервалом в 1 день. В исходную выборку попали данные по 2 ДКС, мощностью 8 МВт.

Исходные данные были разбиты на обучающую и тестовую выборки. В обучающую выборку попали 60 %, в тестовую 40 % данных всей выборки.

После ряда проведенных экспериментов, было определено, что для данной исходной выборки и воспроизводимой зависимости оптимальной является следующая конфигурация нейронной сети:

– 1 входной слой,

– 1 скрытый слой,

– 1 выходной слой.

Количество нейронов на входном слое соответствует количеству параметров, на которых будет производиться обучение. В данном случае это 4 параметра.

Выбор количества нейронов в скрытом слое осуществлялся опытном путем и составил 4 нейрона.

На выходном слое 2 параметра (скорость вращения ротора и потребляемая мощность).

4.2.6 Интеграция разработанных моделей

Интеграция разработанных моделей осуществлялась за счет итеративного обратного расчета системы «пласт-скважина-внутрипромысловый транспорт-ДКС», где в качестве граничный условий выступали следующие параметры:

– для интеграции модели «пласт-скважина» - «внутрипромысловый транспорт» - забойные, устьевые давления и температуры, дебит газа,

– для интеграции модели «пласт - скважина - внутрипромысловый транспорт» - «ДКС» - давления входа и выхода в/из ДКС, расход газа, температурные условия.

4.2.7 Результаты

Для оценки корректности и сравнения предложенных методов моделирования пластовой системы были произведены прогнозные расчеты на период 7 месяцев с заданным в качестве цели суммарным расходом газа. По результатам расчета сравнивались фактическое и рассчитанное на моделях (полнофункциональная гидродинамическая модель и прокси-модель) значения пластового давления.

Динамика изменения величины пластового давления, полученная в результате расчетов на полнофункциональной гидродинамической модели и прокси-модели пласта, и фактические значения показаны на Рисунке 4.6.



Рисунок 4.6 - Динамика изменения величины пластового давления (расчет и

факт)

На рисунке 4.7 показана динамика изменения величины расхождения между фактическим и рассчитанным значением пластового давления для полнофункциональной гидродинамической модели и прокси-модели пласта.



Рисунок 4.7 - Динамика изменения величины расхождения между фактическим и рассчитанным значением пластового давления

На основе полученных данных можно сделать вывод о том, что проксимодель пласта, созданная по предложенной методике, удовлетворяет основным требованиям по точности расчета. Максимальное расхождение по модулю по параметру пластового давления для прокси-модели составило 2.08%, а для полнофункциональной гидродинамической модели – 5.9%. Детальность полной модели ограничило её глубину адаптации.

### 4.2.8 Время расчета

По результатам проведенных вычислений было осуществлено сравнение время расчета для полнофункциональной гидродинамической модели со временем расчёта прокси-модели пласта. Расчет одной итерации полнофункциональной гидродинамической модели занял 7.306 сек, в то время как прокси-модель осуществляет расчет одного шага за 0.0257 сек. Таким образом, суммарное время прогнозного расчета работы ПХГ «Х» на 7 месяцев составило:

для полнофункциональной гидродинамической модели – 5 ч. 25 мин.
 24 сек.,

— для прокси-модели 2 мин. 12 сек.

Методы, основанные на автоматизированном анализе и подборе вариантов управления сложной системой, которой является объект ПХГ, подразумевают проведение многовариантных расчетов в одной серии. Таким образом, при использовании в качестве расчетного ядра системы полнофункциональной гидродинамической модели время подбора управляющего воздействия может составить несколько суток, что делает затруднительным ее применение при оперативном управлении. В том время как при использовании прокси-модели пласта время расчетов будет порядка 1 часа, что делает возможным применение такой системы даже для реагирования на экстренные ситуации, требующие принятия решения в минимально возможные сроки.

## 4.3 Объект исследования. ПХГ «Ү»

4.3.1 Технологическая схема работы объекта

Хранение газа ПХГ «Y» осуществляется в соляных кавернах, соединенных единой газосборной сетью. Закачка и отбор газа осуществляется за счет перепада давления, и с использованием компрессорных и эжекторных установок. ПХГ «Y» подключено к 3 различным магистральным газопроводам с разным рабочим давлением.

Основные параметры технологической схемы работы ПХГ «Ү» указаны в таблице 4.4. Принципиальная схема подключения узлов объекта показана на Рисунке 4.8.

ΠΑΡΑΜΕΤΡ	ЗНАЧЕНИЕ
Число скважин каверновой части, шт.	34
Число газоперекачивающих агрегатов	4
Число эжекторных установок	2

Таблица 4.4 - Технологические параметры объекта ПХГ «Ү»



Рисунок 4.8 - Принципиальная схема подключения узлов объекта ПХГ «Ү» (F - полевая сеть; М - манифольд; А - шина А; В - шина В; С - шина С; К – компрессорная установка; W - узел осушки газа; Е - узел замера расхода газа; 0 – 78 – трубопроводы наземной сети промплощадки)

4.3.2 Свойства системы хранения газа объекта

Система хранения газа в ПХГ «У» является включает в себя 34 каверны, соединяемые с промплощадкой 11-ю полевыми шлейфами. Практически вся полевая сеть расположена под землей.

Каверна рассматривается как составная часть наземной сети. В понятие каверна включены следующие элементы:

- подземная выработка-емкость с постоянным геометрическим объемом,

- НКТ (скорость движения газа в НКТ не более 20 м/сек),
- кран на устье скважины,

- индивидуальный трубопровод до полевого шлейфа.

4.3.3 Фактические данные о работе объекта

Для проведения исследований и построения цифровых моделей были получены фактические данные о работе объекта по следующим режимам работы:

- бескомпрессорная закачка,
- компрессорная закачка,
- бескомпрессорный отбор,
- компрессорный отбор,

– компрессорно-эжекторный отбор.

Данные предоставлены в следующем составе:

- общий расход газа,
- давление на манифольде системы сбора,
- устьевое давление на скважинах,
- забойное давление на скважинах.

4.3.4 Прокси-модель системы сбора и подготовки продукции

Модели наземной сети и ДКС создавались с использованием методов, предложенных в Главе 2.

#### Прокси-модель наземной сети

Модель внутрипромыслового транспорта описывается как гидравлически связанные узлы, где потери давления между соседними элементами описываются функционалом:

$$P_{out} = f_{vfp}(P_{in}, Q), \tag{1}$$

где *P<sub>out</sub>*- давление выхода; *P<sub>in</sub>*- давление входа;

Q – расход газа.

Наземная сеть описывается 34 специализированными трехмерными матрицами, описывающими функционал давления входа в участок трубопровода от давления выхода и дебита. Графическое представление матрицы для заданного давления входа представлено на рисунке 4.9. Расчет параметров сети осуществляется с помощью интерполяционных алгоритмов.



Рисунок 4.9 - Графическое представление матрицы для заданного давления входа

Изменение забойного давления в каверне описывается по формуле материального баланса:

$$\left(\frac{p}{z}\right)_{\text{тек}} = \left(\frac{p}{z}\right)_{\text{нач}} \left(1 - \frac{V_{\text{нач}}}{V_{\text{тек}}}\right) \tag{2}$$

 $(\mathbf{n})$ 

Прокси-модель ДКС

Для каждого типа компрессорной установки были получены специализированные трехмерные таблицы, описывающие зависимость потребляемой мощности и расхода от входного и выходного давления. Графическое представление зависимости потребляемой мощности и расхода от давлений соответственно представлено на рисунке 4.10.



163

Рисунок 4.10 - Графическое представление зависимости потребляемой мощности и расхода от давлений

Расчет параметров ДКС осуществляется с помощью интерполяционных алгоритмов.

## 4.3.5 Результаты

Для оценки корректности методов моделирования работы наземной сети и ДКС был рассмотрен ряд фактических примеров работы ПХГ «Ү».

Бескомпрессорная закачка 10.04.2009

Проводилась бескомпрессорная закачка в 3 каверны.

Начальное давление на устье каверн - 34.1 бар.

Давление в магистральном газопроводе - 43.8 бар.

Фактическая закачка - 52 тыс.нм3/час.

Расчетная закачка – 51.9 тыс.нм3/час.

Рассчитанное значение давления газа в манифольде 34.41 бар.

Фактически замеренное - 34.33 бар.

Компрессорная закачка 20.04.2009

Режим работы – компрессорная закачка, 2 каверны.

Начальное давление на устьях каверн- 76.2 бар.

Давление в магистральном газопроводе - 43.9 бар.

Фактическая закачка - 92.5 тыс.нм3/час.

Расчетная закачка – 102.036 тыс.нм3/час

Расчетное давление в манифольде - 77.929 бар

Фактическое давление в манифольде - 77.46 бар. Компрессорная закачка 20.04.2009 Режим работы – компрессорно-эжекторная закачка в 2 каверны. Начальное давление на устьях каверн- 76.2 бар. Фактическая закачка - 226 тыс.нм3/час. Расчетная закачка – 229,5 тыс.нм3/час Расчетное давление в манифольде – 71,71 бар Фактическое давление в манифольде - 72 бар. Компрессорная закачка 20.04.2009 Режим работы – компрессорно-эжекторная закачка в 6 каверн. Начальное давление на устьях каверн- 76.2 бар. Фактическая закачка – 221,69 тыс.нм3/час. Расчетная закачка – 223 тыс.нм3/час Расчетное давление в манифольде – 66.56 бар Фактическое давление в манифольде – 64.7 бар. Расчетное значение потребляемой электроэнергии - 1.91 кВт. Фактическое значение потребляемой электроэнергии - 1.87 кВт.

На основе полученных данных можно сделать вывод о том, что проксимодель системы внутрипромыслового транспорта и ДКС, созданная по предложенной методике, удовлетворяет основным требованиям по точности расчета. Максимальное расхождение по модулю по рассчитанным параметрам составило менее 5%.

# 4.4 Программный комплекс, реализующий алгоритмы газогидродинамического прокси-моделирования

Разработанные методы и алгоритмы были апробированы при реализации программного комплекса «Расчет технологического режима работы ПХГ» (РТРРПХГ) [84, 85].

Разработанный программный комплекс позволяет проводить расчет технологических параметров функционирования подземного хранилища газа

для осуществления планирования затрат на закачку и отбор газа из ПХГ, определения и мониторинга рабочих характеристик технологических узлов объекта и оптимизации работы технологического комплекса. В программе реализована возможность расчета скважин в пластовой системе и в соляных кавернах. Получены свидетельства государственной регистрации программы для ЭВМ (Приложение 1).

4.4.1 Функциональные возможности программного комплекса

Программный комплекс позволяет производить расчеты системы «пластскважина-внутрипромысловый транспорт-ДКС» для следующих режимов работы ПХГ:

- бескомпрессорная закачка газа,
- компрессорная закачка газа,
- бескомпрессорный отбор газа,
- компрессорный отбор газа.

Также, в программе обеспечена возможность выбора маршрута закачки/отбора газа путем выбора скважин, компрессоров и магистральных трубопроводов на пути следования потока.

В качестве входных данных служат следующие параметры:

- забойные давления на скважинах,
- требуемый расход газа,
- количество часов работы,
- схема движения потоков газа по наземной инфраструктуре.

Графический интерфейс программы представлен на рисунке 4.11.



Рисунок 4.11 - Общая схема ПХГ

Программный комплекс позволяет проводить расчет параметров объекта:

– по фиксированному суммарному дебиту,

– по фиксированному давлению на магистрали.

Прогнозный расчет рабочих характеристик осуществляется на выбранный период работы.

В первую очередь производится расчет наземной сети, распределяются дебиты по заданным скважинам. Далее рассчитывается прокси-модель пласта, откуда в модель скважины передаются данные по забойному давлению и температуре. В случае, если используется компрессорный режим рассчитываются характеристики работы компрессора.

При распределении дебитов по скважинам учитываются граничные условия, рассмотренные в главе 4.

В результате каждого шага расчета выводятся следующие параметры: пластовые давления по зонам (если задан расчет в пластовой системе), забойные \ устьевые давления по скважинам, дебиты по скважинам.

В случае работы компрессора, дополнительно рассчитываются следующие параметры: затрачиваемая мощность компрессора, скорость вращения ротора, дебит на компрессоре.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований и их практической реализации решена задача совершенствования методов гидродинамического проксимоделирования для оперативных технологических расчетов проектирования, анализа, контроля и регулирования разработки газовых месторождений и эксплуатации ПХГ, что позволило сделать следующие выводы:

1. Систематизированы гидродинамические прокси-модели для расчета водоносных пластов. Установлено, что:

- применение приближенных частных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации позволяет получать удовлетворительные по точности результаты расчетов в прямых и обратных задачах. Для условий постоянного перепада, монотонного изменения (падения) и знакопеременного изменения давления на опорном контуре наиболее высокую точность, более 95%, показывал эвристический метод;

- гидродинамическое прокси-моделирование водоносных пластов методом численного интегрирования приближенных решений основного дифференциального уравнения упругого режима фильтрации обеспечивает высокую оперативность и приемлемую точность расчетов.

2. Разработан быстродействующий метод газогидродинамического прокси-моделирования газовых промыслов и ПХГ, учитывающий процессы совместного движения двух несмешивающихся флюидов (газ\вода) в пласте и объектах внутрипромыслового транспорта и компримирования газа с применением искусственных нейронных сетей.

3. Разработан комплекс адаптивных быстродействующих алгоритмов и компьютерная программа интегрированного газогидродинамического проксимоделирования движения газа в системе «пласт – скважины - объекты внутрипромыслового транспорта и компримирования газа», позволяющих осуществлять оперативные технологические расчеты системы, а также проводить оптимизацию технологических процессов эксплуатации месторождений и ПХГ.

167

4. Анализ результатов интегрированных расчетов системы «пласт – скважины - объекты внутрипромыслового транспорта и компримирования газа» с использованием разработанной компьютерной программы, приведенных в качестве примера для двух ПХГ, показал точность расчетов не менее 95 %.

5. Результаты работы могут быть использованы при интегрированном моделировании комплексных систем, проведении оперативных многовариантных расчетов, а также прогнозных расчетов в условиях ограниченного объема достоверных исходных геолого-промысловых и технико-экономических данных.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Азиз, Х. Математическое моделирование пластовых систем: пер. с англ.
   / Х. Азиз, Э. Сеттари. Москва: Недра, 1982. 407 с.
- 2 Азизов, А.М. Приближенное аналитическое решение задачи капиллярногравитационной сегрегации / А.М. Азизов, В.Г. Никитенко // Фильтрация неоднородных систем: сборник науч. трудов - Москва: ВНИИГАЗ. - 1988.
- 3 Акимова, И.Я. Применение диаграмм Воронового в комбинаторных задачах. / И.Я. Акимова // Изв. АН СССР. / Техн. Кибернетика. -1984. № 2. С 224-228.
- Алиев, З.С. Исследование горизонтальных скважин / З.С. Алиев, В.В.
   Бондаренко. Москва: Нефть и газ, 2004. 300 с.
- Алиев, З.С. Основы технологии добычи газа / З.С. Алиев, К.С. Басниев,
   О.Л. Кузнецов, А.Х. Мирзаджанзаде. Москва: Недра, 2003. 880 с.
- 6 Андреев, О. Φ. дебита Методика определения скважин, ограничивается производительность которых давлением В промысловом газосборном коллекторе. / О. Ф. Андреев, Е. М. Минский, Труды ВНИИГАЗа, вып. І. - Москва: Гостоптехиздат, 1963. - С. 172-193.
- Антоневич, Ю.С. Эффекты сжимаемости и анизотропии в процессах двухфазной фильтрации / Ю.С. Антоневич, В.М. Максимов // Изв. РАН Механика жидкости и газа. 2008. № 2. С. 156-164.
- Баренблатт, Г.И. Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. Москва: Недра, 1984. 208 с.
- 9 Басниев, К.С. Подземная гидромеханика / К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Р.Д. Каневская, В.М. Максимов. - Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. - 488 с.

- 10 Бебешко, И.Г. Прокси-модель пластовой системы как часть геологотехнологической модели объектов добычи и хранения углеводородов / И.Г. Бебешко, О.С. Гацолаев, Я.С. Чудин и др. // В сборнике: Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах, сборник материалов Третьей международной школы молодых ученых. - 2017. - С. 52-57.
- 11 Брысьев, А.В. Математическое моделирование двухфазной фильтрации газожидкостных систем с учетом сжимаемости газа / А.В. Брысьев, С.А. Митянин, Г.П. Цыбульский // Компьютеризация научных исследований и научного проектирования в газовой промышленности. - Москва: ВНИИГАЗ. - 1993. - С. 26-51.
- 12 Брысьев, А.Б. Задача о вытеснении жидкости газом с учетом капиллярных сил /А.Б. Брысьев, Г.П. Цыбульский // Сборник науч. трудов Фильтрация неоднородных систем. - Москва: ВНИИГАЗ. - 1988. - С. 71-81.
- Бузинов, С.Н. Исследование нефтяных и газовых скважин и пластов /
   С.Н. Бузинов, И.Д. Умрихин. Москва: Недра, 1984. 269 с.
- 14 Бузинов, С.Н. Методика расчета основных параметров подземных хранилищ газа / С.Н. Бузинов, Е.В. Левыкин // Газовая промышленность. – 1961. - № 11. - С. 39–46.
- 15 Бузинов, С.Н. Моделирование эксплуатации ПХГ в неоднородных коллекторах: труды ВНИИгаза / С.Н. Бузинов, Н.А. Егурцов // Отделение подземного хранения газа – Москва. - 1995. - С. 122–124.
- 16 Бузинов, С.Н. Определение фильтрационно-емкостных параметров газоносного пласта неоднородных коллекторов по картам изобар /С.Н. Бузинов, А.А. Михайловский // 50 лет ВНИИГАЗУ 40 лет ПХГ. -Москва: ВНИИГАЗ. - 1998. - С. 174-182.
- 17 Бузинов, С.Н. Эффект гистерезиса фазовых проницаемостей в процессах двухфазной фильтрации газа и воды / С.Н. Бузинов, А.А. Михайловский // Газовая промышленность. - 2009. - № 5. - С. 48-51.

- 18 Бузинов, С.П. Применение одномерной радиальной и двухмерной профильной моделей двухфазной фильтрации газа и воды для решения задач разработки газовых месторождений и эксплуатации ПХГ / С.П. Бузинов, А.Л. Ковалев // Проблемы математического моделирования процессов газодобычи: сборник научных трудов. - Москва: ВНИИГАЗ. - 1997. - С. 50 - 64.
- 19 Вазов, В. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. / В. Вазов, Дж. Форсайт – Москва: Иностранная литература. 1983. - 488 с.
- 20 Васильев, Ю.Н. Пример расчета прогнозирования продвижения пластовой воды в условиях функционирования АСУ / Ю.Н. Васильев, Д.А. Пасько, В.Н. Раа-бен // Газовая промышленность. - 1977. - № 10. -С. 43-45.
- 21 Ваулина, Е.В. К вопросу расчета совместной работы газопромысловых сетей и межпромыслового коллектора / Е.В. Ваулина // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. - 1997. -С. 11-12.
- Вяхирев, Р. И. Теория и опыт добычи газа. / Р. И. Вяхирев, Ю. П.
   Коротаев, Н. И. Кабанов Москва: Недра, 1998. 479 с.
- 23 Галимов, А.К. Численные методы решения задач подземной гидродинамики. / А.К. Галимов Москва: ВНИИГАЗ, 1997. 82 с.
- 24 Галушкин, А.И. Нейронные сети: основы теории. / А.И. Галушкин. Москва: РиС, 2015. 496 с.
- Гладков, Л.А. Генетические алгоритмы: Учебное пособие. 2-е изд. / Л.А. Гладков, В.В. Курейчик, В.М. Курейчик Москва: Физматлит, 2006. 320 с.
- 26 Гереш, П.А. Применение зонного моделирования для анализа и прогнозирования разработки газовых залежей Западной Сибири на примере сеноманской залежи Уренгойского месторождения: обзорная. инф. / П.А. Гереш, А.С. Гацолаев, Г.М. Кузнецова и др. // Разработка и

эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений. – Москва: ВНИИЭГазпром, 1988, Вып. 13.

- 27 Гиматудинов, Ш.К. Физика нефтяного и газового пласта / Ш.К. Гиматудинов. Москва: Недра, 1971. 309 с.
- 28 Головко, В.А. Нейронные сети: обучение, организация и применение. /
   В.А. Головко Москва: ИПРЖР, 2001. 350 с.
- 29 Гриценко, А. И. Технология разработки крупных газовых месторождений. / А. И. Гриценко, О. М. Ермилов, Г. А. Зотов и др. -Москва: Недра, 1990. - 302 с.
- 30 Гужов, Н.А. Об адекватности методов математического и физического моделирования процессов многокомпонентной фильтрации / Н.А. Гужов, В.С. Митлин // Сборник трудов Повышение эффективности систем разработки месторождений природного газа. - Москва: ВНИИГАЗ, 1985.
- 31 Данилов, В.Л. Гидродинамические расчет взаимного вытеснения жидкостей в пористой среде. / В.Л. Данилов, Р.М. Кац - Москва: Недра, 1980. - 264 с.
- Дейк, Л. П. Основы разработки нефтяных и газовых месторождений /
   Л.П. Дейк. Москва: Премиум инжиниринг, 2009. 570 с.
- Дмитриев, М.Н. К представлению функций относительных фазовых проницаемостей для анизотропных пористых сред / М.Н. Дмитриев, Н.М. Дмитриев. // Изв. РАН Механика жидкости и газа. 2005. № 3. С. 118-125.
- Дмитриев, М.Н. К представлению функций относительных фазовых проницаемостей для анизотропных пористых сред / М.Н. Дмитриев, Н.М. Дмитриев, В.М. Максимов // Изв. РАН Механика жидкости и газа.
   2005. -№ 3. -С. 118-125.
- 35 Коротаева, Ю. П. Добыча, подготовка и транспорт природного газа и конденсата. : Справочное руководство в 2-х томах. Том І. / Под

редакцией Ю. П. Коротаева, Р. Д. Маргулова. - Москва: Недра, 1984. -360 с.

- 36 Ежов, А. А. Нейрокомпьютинг и его применения в экономике и бизнесе
   / А. А. Ежов, С. А. Шумский. Москва: 1998. 222 с.
- З7 Ермилов, О. М. Эксплуатация газовых скважин. / О. М. Ермилов, З. С.
   Алиев, В. В. Ремизов, Л. С. Чугунов Москва: Наука, 1995. 359 с.
- 38 Закиров, С.Н. Комплексные адаптирующиеся геологопромысловые математические модели разработки газовых месторождений / С.Н. Закиров, С.В. Колбиков, Б.М. Палатник // МИНХ и ГП им. И.М. Губкина. - Москва: Недра, 1989. Вып. 214
- Закиров, С.Н. Многомерная и многокомпонентная фильтрация / С.Н.
   Закиров, Б.Е. Сомов, В.Я. Гордон и др. Москва: Недра, 1988.
- Закиров, С.Н. Прогнозирование и регулирование разработки газовых месторождений / С.Н. Закиров, В.И. Васильев, А.И. Гутников и др. Москва: Недра, 1984. 295 с.
- Закиров, С.Н. Разработка водоплавающих залежей с малыми этажами газоносности: обз. инф. / С.Н. Закиров, В.И. Пискарев, П.А. Гереш и др.
  // Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений. Москва: ИРЦ Газпром. 1997. С. 38.
- 42 Закиров, С.Н. Разработка газовых, газоконденсатных и нефтегазоконден-сатных месторождений / С.Н. Закиров. - Москва: Струна, 1998. - 626 с.
- 43 Закиров, С.Н. Теория водонапорного режима газовых месторождений / С.Н. Закиров, Ю.П. Коротаев, Р.М. Кондрат и др. Москва: Недра, 1976.
   240 с.
- Закиров, Э.С. 3D обратная задача и проблема upscaling'a (масштабирования) / Э.С. Закиров // Материалы НТС РАО «Газпром» по применению ЭВМ при создании и эксплуатации ПХГ. Москва, 2001.

- 45 Закиров, Э.С. Трехмерные многофазные задачи прогнозирования, анализа и регулирования разработки месторождений нефти и газа / Э.С.
  Закиров. Москва: Грааль, 2001. 303 с.
- 46 Зотов, Г.А. Влияние интенсивности внутрипластовых перетоков газа на темпы падения пластового давления / Г.А. Зотов // Вопросы методологии и новых технологий разработки месторождений природного газа. - Москва: ВНИИГАЗ, 1998. - С. 45-51.
- Каневская, Р.Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов / Р.Д. Каневская.
   Москва, Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 128 с.
- 48 Каприелов, К.Л. Снижение потерь газа совершенствованием условий эксплуатации газопромысловых систем Крайнего Севера : дис. канд. техн. наук. / К.Л. Каприелов. - Москва, 1995. - 144 с.
- 49 Кац, Р.М. Математическая модель трехфазной фильтрации в трещиновато-пористой среде. / Р.М. Кац, А.Р. Андриасов // Сб. науч. тр. ВНИИ. - Москва, 1986. Вып. 95. -С. 61-66.
- 50 Ковалев, А.Л. Разработка методов математического моделирования взаимодействия газовой залежи ПХГ с водоносным пластом : дис. канд. техн. наук. / А.Л. Ковалев - Москва, 2000, - 128 с.
- 51 Козаченко, А.Н. Эксплуатация компрессорных станций магистральных газопроводов. / А.Н. Козаченко Москва: Нефть и газ, 1999, 463 с.
- Комарцова, Л.Г. Нейрокомпьютеры. / Л.Г. Комарцова, А.В. Максимов
   Москва: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2004. 205 с.
- 53 Коротаев, Ю.П. Опыт эксплуатации подземных хранилищ газа / Ю.П. Коротаев, С.Н. Закиров, С.В. Колбиков и др. // Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений – Москва: ВНИИЭгазпром, 1977. -С. - 60.

- 54 Коротаев, Ю.П. Системное моделирование оптимальных режимов эксплуатации объектов добычи природного газа / Ю.П.Коротаев, В.Г. Тагиев, Ш.К. Гергедава. - Москва: Недра, 1989. - 264 с.
- 55 Кристеа, Н. Подземная гидравлика / Н. Кристеа. // Т. 2. Москва: Гостоптехиздат, 1961. 354с.
- 56 Кристеа, Н. Подземная гидравлика / Н. Кристеа. // Т. 1 Москва: Гостоптехиздат, 1961. 343с.
- 57 Кричлоу, Г.Б. Современная разработка нефтяных месторождений проблемы моделирования / Г.Б. Кричлоу. Москва: Недра, 1979. 303 с.
- 58 Круглов, В.В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети. / В.В. Круглов, М.И. Дли, Р.Ю. Голунов. Москва: Физматлит, 2000. 224 с
- 59 Ксёнз, Т.Г. Оптимизация показателей разработки месторождений природных газов на основе динамического программирования и модели 3D многофазной фильтрации : дис. канд. техн. наук / Т.Г. Ксёнз -Москва, 2002.
- 60 Кузнецов, Ю.С. Методика расчета и оптимизации технологического режима эксплуатации скважин Уренгойского НГКМ [Ямало-Ненецкий автономный округ]/Ю. С. Кузнецов, Г. С. Ли // Проблемы освоения месторождений Уренгойского комплекса. -М., 2003.-С.72-79
- 61 Левыкин, Е.В. Технологическое проектирование хранения газа в водоносных пластах / Е.В. Левыкин. Москва: Недра, 1973. 208 с.
- 62 Максимов, М.М. Математическое моделирование процессов разработки нефтяных месторождений. / М.М. Максимов, Л.П. Рыбицкая - Москва: Недра, 1976. – 220 с.
- 63 Михайловский, А.А. Аналитический контроль объемов газа в пластахколлекторах ПХГ. / А.А. Михайловский - Москва: Газпром ВНИИГАЗ, 2013. - 250с.

- 64 Михайловский, А.А. Научные основы регулирования и контроля количества газа в пористых пластах подземных хранилищ : дис. док. техн. наук. / А.А. Михайловский Москва, 2010. 411 с.
- 65 Михайловский, А.А. Применение упрощенных газогидродинамических прокси-моделей для оперативных технологических расчетов газовых промыслов и подземных хранилищ / А.А. Михайловский // «Актуальные проблемы добычи газа». № 1 (33), 2018, -С. 193- 202.
- 66 Михайловский, А.А. Гидродинамическое прокси-моделирование водоносных пластов газовых месторождений и ПХГ: обз. инф. / А.А. Михайловский, Я.С. Чудин - Газпром ВНИИГАЗ. 2021. - 118 с.
- 67 Мусин, К.М. Влияние корректного определения фазовых проницаемостей на прогнозные показатели разработки и распределения остаточных запасов нефти / К.М. Мусин // Нефтяное хозяйство. 2007.
   № 7. С. 62–65
- 68 Мясников, Ю.А. Обзор методов гидродинамического расчета подземных хранилищ природного газа, создаваемых в водоносных пластпах / Ю.А. Мясников // Труды Союзбургаза «Геология и перспективы нефтегазоносности некоторых районов СССР». – Москва: Недра, 1968. Вып. 7.
- 69 Намиот, А.Ю. Растворимость газов в воде : справ. пособие / А.Ю. Намиот. Москва: Недра, 1991. 120 с.
- 70 Нестеров, Ю.Е. Метод минимизации выпуклых функций со скоростью сходимости О (1/k2) / Ю.Е. Нестеров - // Докл. АН СССР. -Москва, 1983. Т.269, вып. 3. -С. 543-547.
- 71 Николаевский, В.Н. Механика насыщенных пористых сред / В.Н. Николаевский, К.С. Басниев, А.Т. Горбунова и др. Москва: Недра, 1970.- 335 с.
- 72 Овчаров, В. В. Обзор методов расчета и процедур корректировки кривых относительных фазовых проницаемостей для

гидродинамического моделирования залежей углеводородов / В. В. Овчаров // Вестник кибернетики. - 2014. - № 1 (13). - С. 10-16.

- 73 Орлов, Д.М. Использование метода нестационарной фильтрации для оценки влияния скорости фильтрации на относительные фазовые проницаемости / Д.М. Орлов, А.П. Федосеев, Н.В. Савченко и др. -ВЕСТИ ГАЗОВОЙ НАУКИ, 2015. С. 8 -14.
- 74 Панфилов, М.Б. Влияние характера распределения фаз на относительные проницаемости при фильтрации несмешивающихся жидкостей / М.Б. Панфилов // Тр. МИНХ и ГП. - 1979. Вып. 146. -С. 102-109.
- 75 Панфилова, И.В. Определение фазовых проницаемостей по результатам численного моделирования на капиллярных сетках / И.В. Панфилова // Вопросы методологии и новых технологий разработки месторождений природного газа. - Москва: ВНИИГАЗ, 1994. 4.1. -С. 123-137.
- 76 Поршаков, Б.П. Повышение эффективности эксплуатации энергопривода компрессорных станций / Б.П. Поршаков, А.С. Лопатин, А.М. Назарьина, А.С. Рябченко. Москва: Недра, 1992. 206 с.
- 57 Басниев, К.С. Подземная гидравлика: учебник для вузов / К.С. Басниев и др. Москва: Недра, 1986. 303 с.
- Басниев, К.С. Подземная гидромеханика : учебник для вузов / К.С.Басниев, И.Н. Кочина, В.М. Максимов. Москва: Недра, 1993. 416 с.
- Программа для моделирования процессов разработки нефтегазовых месторождений tNavigator. // Техническое руководство. Москва, 2016.
   2141 с.
- 80 Рассохин, С.Г. Относительные фазовые проницаемости при фильтрации углеводородов в гидрофильном и гидрофобном керне / С.Г. Рассохин // Актуальные проблемы освоения, разработки и эксплуатации месторождений природного газа. - Москва: ВНИИГАЗ, 2003. -С. 50-64.

- 81 Регламент по созданию постоянно действующих геологотехнологических моделей нефтяных и газонефтяных месторождений : РД 153-39.0-047-00. - Москва, 2000.
- 82 Савченко, Н.В. Капиллярные характеристики, относительные водопроницаемости и коэффициенты остаточной газонасыщенности для продуктивной толщи сеноманских отложений месторождения Медвежье / Н.В. Савченко, М.И. Колоскова.// Геология, бурение и разработка газовых месторождений. Москва: ВНИИЭгазпром, 1979. № 5. -С. 10-15.
- 83 Савченко, Н.В. Оценка остаточной газонасыщенности и относительной водопроницаемости пород-коллекторов различного типа по данным лабораторного изучения керна. Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений : реф. сборник / Н.В. Савченко. Москва: ВНИИЭгазпром, 1978. № 12.
- 84 Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015613519 Российская Федерация. Программа для ЭВМ «РАСЧЕТ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ПХГ» / Бебешко И.Г., Гацолаев О.С., Чудин Я.С., Петрухин В.А., Федоров И.А., Сайфеева Н.А.; № 2015613519; дата поступления 03.02.2015; дата государственной регистрации в реестре программ для ЭВМ 18.03.2015. 1 с.
- 85 Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018618561 Российская Федерация. Программа для ЭВМ «INTEGRATED FLOW PROXY SIMULATOR» / Федоров И.А., Чудин Я.С., Петрухин В.А.; № 2018618561; дата поступления 08.06.2018; дата государственной регистрации в реестре программ для ЭВМ 16.07.2018. 1 с.
- 86 Скоробогач, М.А. Совершенствование методов управления системой добычи газа на основе рационального использования пластовой энергии

: дис. канд. техн. наук / М. А. Скоробогач; Место защиты: Ин-т проблем нефти и газа РАН. – Москва, 2012. - 119 с.

- 87 Справочное руководство ECLIPSE 2012.2 : Schlumberger. 2012. 2771с.
- 88 Страдымов, П.В. Неустановившееся движение краевых и подошвенных вод при создании и эксплуатации подземных хранилищ газа в водоносных пластах при упругом режиме / П.В. Страдымов, Н.К. Смирнов // Изв. вузов «Нефть и газ». – 1961. - № 12. - С. 65–71.
- 89 Тархов, Д.А. Нейронные сети. Модели и алгоритмы. : справочник / Д.А.
   Тархов Москва: Радиотехника, 2005. 350 с.
- 90 Тер-Саркисов, Р.М. Разработка месторождений природных газов / Р.М.
   Тер-Саркисов. Москва: Недра, 1999. 659 с.
- 91 Толкушин, Г.Ф. Оптимизация технологических параметров подземного газохранилища при равномерном графике закачки и отбора / Г.Ф. Толкушин // Транспорт и хранение газа. - 1978. - № 4. -С. 30-35.
- 92 Хайкин, С. Нейронные сети : полный курс. 2-е изд. / С. Хайкин -Москва, "Вильямс", 2006. – 520 с.
- Усёйн, А.Л. Гидродинамический расчет подземных хранилищ газа / А.Л.
   Хейн. Москва: Недра, 1968. 315 с.
- 94 Хейн, А.Л. Методика экспериментального определения коэффициентов фазовых проницаемостей по данным неустановившегося режима вытеснения воды газом / А.Л. Хейн, С.Н. Бузинов, П.Я. Алтухов // Труды ВНИИГАЗа «Вопросы подземного хранения газа в водоносных структурах». - Москва: Гостоптехиздат, 1961. Вып. 11(19). -С. 241-265.
- 95 Чарный, И.А. Подземная гидрогазодинамика / И.А. Чарный. Москва: Гостоптехиздат, 1963. - 396 с.
- 96 Чарный, И.А. Хранение газа в горизонтальных и пологозалегающих водоносных пластах / И.А. Чарный, Д.И. Астрахан, А.М. Власов и др. – Москва: Недра, 1968. - 300 с.
- 97 Чудин, Я.С. Применение прокси-моделей газовых залежей для оптимизации добычи. / Я.С. Чудин, Г.Н. Чумаков, И.А. Федоров, О.А.

Пятакова, Д.В. Гилев, В.А. Петрухин, Г.В. Тарасов, Ю.А. Архипов -Газовая промышленность, 2020. - № 4 (799). -С. 30-36.

- 98 Швидлер, М.И. Одномерная фильтрация несмешивающихся жидкостей
   / М.И. Швидлер, Б.И. Леви. Москва: Недра, 1970. 156 с.
- 99 Шеберстов, Е.В. Методика расчета процесса создания и циклической эксплуатации подземного хранилища газа / Е.В. Шеберстов // Сборник трудов ВНИИГАЗа «Повышение надежности газотранспортных систем». – Москва, 1979. -С. 61–67.
- Эфрос, Д.А. Исследование фильтрации неоднородных систем / Д.А.
   Эфрос. Москва: Гостоптехиздат, 1963. 351 с.
- 101 Яхъяева, Г.Э. Основы теории нейронных сетей . / Г.Э. Яхъяева. –
   Москва : Открытые системы Москва, 2020. 234 с.
- 102 AAPG Wiki. Reservoir drive mechanisms. Режим доступа: URL: http://wiki.aapg.org/Reservoir\_drive\_mechanisms.
- Ahmed, T. Reservoir engineering handbook : 2nd ed., / T. Ahmed., Gulf,
   Houston, 2001. 650 c.
- Kosko, B. Neural Networks and Fuzzy Systems. A Dynamical Systems Approach to Machine Intelligence / B. Kosko, Prentice Hall, Englewood Cliffs, - 1992. - 340 c.
- Carter, R.D. An Improved Method for Calculating Water Influx / R.D.
   Carter, G.W. Tracy // JPT. 1960. № 12. C. 58-60.
- 106 Corey, A.T. The interrelation between gas and oil relative permeabilities /
   R.D. Carter, G.W. Tracy, A.T. Corey // Producers Monthly. 1954. V. 19.
   Is. 1. C. 38–41.
- Goldberg, David E. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning / David E. Goldberg Addison-Wesley Publishing Co., Inc., 1989.
   230 c.
- 108 Douglas, I. Calculation of Linear Water flood Behavior Including the Effects of Capillary Pressure Trans / I. Douglas, P.M. Brair, R.I. Wagner // AIME. vol. 216. - 1959.
- 109 Fanchi, J.R. Analytical Representation of the van Everdingen-Hurst Aquifer Influence Functions for Reservoir Simulation / J.R. Fanchi // Society of Petroleum Engineers Journal. June, 1985. - C.405-406.
- 110 Kirsanov, S.A. Reservoir Proxy Model as a Part of Geo-Technological Model of Gas Fields and Underground Gas Storages / S.A. Kirsanov, A.V. Chugunov, O.S. Gatsolaev, Y.S. Chudin and others // Physical and Mathematical Modeling of Earth and Environment Processes. - PMMEEP 2017. - Springer Geology. - Springer, Cham. 2018. -C. 217-232.
- 111 Klins, M.A. A Polynomial Approach to the van Everdingen-Hurst Dimensionless Variables for Water Encroachment / M.A. Klins, A.J. Bouchard, C.L. Cable // Society of Petroleum Engineers. February, 1988. -C. 320-326.
- Hurst, W. The Simplification of the Material Balance Formulas by the Laplace Transformation / William Hurst // Trans., AIME. – 1958, - № 213.
- 113 Katz, D.L. Underground Storage of Fluids / D.L. Katz, K.K. Coats // Michigan. Ann. Arbor, 1967.
- Kingma, D.P. Adam: A method for stochastic optimization / D. P. Kingma,J.L. Ba // arXiv preprint arXiv:1412. 6980. 2014.
- 115 Klins, M.A. A Polynomial Approach to the van Everdingen-Hurst Dimensionless Variables for Water Encroachment / M.A. Klins, A.J. Bouchard, C.L. Cable // Society of Petroleum Engineers, - February 1988. -C. 320-326.
- Hassoun, Mohamad H. Fundamentals of Artificial Neural Networks / Mohamad H. Hassoun // MIT Press, - Cambridge, Massachusetts, 1995. - 340
   c.
- 117 Petroleum Experts : User Manual, IPM TUTORIAL October 2009. 221 c.
- Petroleum Experts : User manual, IPM. MBAL, Version 10.5, January
  2010. 533 c.
- 119 Pipesim. Руководство пользователя. «Schlumberger». 2009. -221 с.

- Practical Handbook of Genetic Algorithms : (Complex Coding Systems, v.III) / Ed.L.D. Chambers. CRC Press, 1998. 230 c.
- Rapoport, L.A. Relative Permeability to Liquid in Liquid-Gas Systems / L.A.
   Rapoport, W.J. Leas // Trans. AIME. vol.192. 1951.
- Everdingen, V. The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs / V. Everdingen, H. William // Trans., AIME. 1949,
   № 186, -C. 305
- Wyckoff, R.D. The Flow of Gas-Liquid Mixtures through Unconsolidated Sands / R.D. Wyckoff, H.F. Botset // Physics. - vol. 7,- № 9, - 1936, -C. 325-339.
- 124 Zeiler, M.D. ADELTA: an adaptive learning rate method / Matthew D. Zeiler// arXiv preprint, arXiv:1212.5701. 2012.

# ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ

### РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

RU 2015613519



ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ (12) ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ

Номер регистрации (свидетельства):	Авторы:
2015613519	Бебешко Инна Григорьевна (RU),
Дата регистрации: 18.03.2015	Гацолаев Олег Сахангериевич (RU),
	Чудин Ян Сергеевич (RU),
Номер и дата поступления заявки:	Петрухин Владислав Александрович (RU),
2015610498 03.02.2015	Федоров Иван Александрович (RU),
	Сайфеева Надежда Александровна (RU)
Дата публикации: <u>20.04.2015</u>	
	Правообладатель:
	Общество с ограниченной ответственностью
	«Научно-исследовательский институт природных
	газов и газовых технологий - Газпром ВНИИГАЗ»
	(ООО «Газпром ВНИИГАЗ») (RU)

Название программы для ЭВМ:

Расчет технологических режимов работы ПХГ

### Реферат:

Программа предназначена для моделирования основных режимов работы подземного хранилища газа (ПХГ): бескомпрессорная закачка газа, компрессорная закачка газа, компрессорно-эжекторная закачка газа; бескомпрессорный отбор газа; компрессорный отбор газа. Программа позволяет с 3% точностью по давлению и с 10% точностью по расходу рассчитывать газодинамические параметры основных режимов работы ПХГ. Программа может использоваться при планировании, организации и контроле мероприятий по оперативному управлению работой ПХГ.

Тип реализующей ЭВМ: ІВМ РС - совмест. ПК

Язык программирования: С#

Вид и версия операционной системы: Windows 7

Объем программы для ЭВМ: 668 Мб

### РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

### RU

## <u>2018618561</u>



#### ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ (12) ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ

Номер регистрации (свидетельства):	Авторы:
<u>2018618561</u>	Федоров Иван Александрович (RU),
Дата регистрации: 16.07.2018	Чудин Ян Сергеевич (RU), Петрухин Владислав Александрович (RU)
Номер и дата поступления заявки: 2018616827 08.06.2018	Правообладатели: Федоров Иван Александрович (RU)
Дата публикации: <u>16.07.2018</u>	Чудин Ян Сергеевич (RU)
Контактные реквизиты: E-mail: fedorov.fia@gmail.com	Петрухин Владислав Александрович (КU)

Hазвание программы для ЭВМ: Integrated Flow Proxy Simulator

### Реферат:

Программа предназначена для расчета параметров эксплуатации технологического оборудования и пластовой системы объектов добычи и подземного хранения углеводородов (далее - УВ). Область применения: оперативный мониторинг и планирование режимов работы технологического оборудования сотрудниками компаний-операторов объектов добычи и подземного хранения УВ. Функциональные возможности: расчет на заданный временной период следующих параметров по исходным данным о текущем состоянии пластовой системы и общему для объекта заданию на отбор/закачку УВ: пластовое давление и объем УВ; забойное и устьевое давление и расход УВ на скважинах; давление и расходы УВ в наземном технологическом оборудовании (трубопроводы, штуцеры, манифольды, компрессора).

Язык программирования: С#

Объем программы для ЭВМ: 54 684 Кб